UNIVERSITATEA “POLITEHNICA“ DIN BUCUREŞTI
FACULTATEA DE INGINERIE AEROSPAŢIALĂ

TEZĂ DE DOCTORAT

SISTEME GIROSCOPICE PENTRU ORIENTAREA ŞI STABILIZAREA VEHICULELOR SPAŢIALE

GYRO SYSTEMS FOR SPACECRAFT ORIENTATION AND STABILIZATION

REZUMAT

Conducător ştiinţific:
Prof. univ. dr. ing. Romulus LUNGU

Doctorand:
Ing. Mihai IOAN

2017

CUVINTE CHEIE:

Control moment gyro
Roată inerţială
Cluster piramidal
Controlul atitudinii
Satelit
Singularitate
Reţele neuronale

CUPRINS

INTRODUCERE

O problemă esenţială în cadrul misiunilor satelitare este aceea a calculului şi controlului sateliţilor. De aceea, aceasta a constituit şi constituie subiectul multor lucrări de cercetare ştiinţifică. Dintre acestea, se pot menţiona lucrările [1], [8], [10], [21], [68], [69], [73], [78], [79], [80], [82].

În primul capitol se defineşte atitudinea satelitului (S), care exprimă poziţia triedrului S relativ la triedrul orbital local, prin unghiurile lui Euler, respectiv prin quaternioni. Se definesc matricele de rotaţie relativă şi de transport. Quaternionii se calculează ca soluţii ale ecuaţiilor diferenţiale cinematice, respectiv în funcţie de vitezele unghiulare relativă, de transport şi absolută. Prin identificarea matricelor de atitudine exprimate în funcţie de unghiurile lui Euler, respectiv în funcţie de quaternioni, se stabilesc relaţii de calcul al unghiurilor lui Euler în funcţie de quaternioni; se stabilesc, de asemenea, relaţii de calcul al vitezelor unghiulare de ruliu, tangaj şi giraţie în funcţie de vitezele unghiulare în jurul axelor triedrului S.

Este abordată problema controlului automat al atitudinii S cu reacţii după vectorul $\boldsymbol{q}$ şi viteza unghiulară ω, cu zone de saturaţie după cei doi vectori ($\boldsymbol{q}$ şi ω). Legea de control a mişcării S este astfel proiectată încât satelitul să efectueze o manevră tipică în jurul axei proprii, manevră compusă din trei faze [78]: 1) mişcarea unghiulară accelerată; 2) mişcarea liberă (uniformă); 3) mişcarea deccelerată. Pentru structura de control automat al atitudinii S menţionată se construieşte modelul Matlab/Simulink şi se trasează caracteristicile de timp ce exprimă dinamica variabilelor de stare şi de comandă. De asemenea, este abordată problema controlului automat al atitudinii S şi al energiei stocate folosind roţi inerţiale, astfel încât S să urmărească permanent două ţinte: Soarele şi o staţie terestră. Sistemul de control automat realizează mai întâi iniţializarea prin intermediul propulsoarelor, etapă în care S se orientează rapid şi cu rotaţii ample astfel încât axa panourilor solare să fie orientată către Soare, iar axa de simetrie a S să fie orientată către o staţie terestră. În a doua etapă, sistemul de control urmăreşte permanent cele două ţinte, concomitent cu controlul energiei stocate, folosind roţi inerţiale; roţile inerţiale sunt accelerate în perioada expunerii la Soare prin absorbţia energiei furnizate de panourile solare, creând, prin reacţie, momente de comandă a mişcării S; în perioada de eclipsă, roţile inerţiale sunt deccelerate prin consumarea energiei înmagazinate în etapa de accelerare a lor. Legea de control de tip PD conţine şi o componentă după momentul generat de roţile inerţiale [69]; sistemul urmăreşte modelul triedrului de referinţă [40]. Pentru sistemul de control automat al atitudinii S se construieşte modelul Matlab/Simulink şi se trasează grafic caracteristicile sale dinamice.

În capitolul al doilea este prezentat un studiu privind actuatoarele cu roţi inerţiale în diferite configuraţii, utilizate în sistemele de stabilizare a atitudinii sateliţilor, studiu bazat pe lucrările de referinţă din literatura de specialitate [15], [19], [22], [23], [28], [30], [31], [32], [34], [55], [58], [63], [64], [66], [67]. Mai întâi, este abordată configuraţia standard cu trei roţi inerţiale (configuraţie cu axele rotoarelor paralele cu axele triedrului legat de S) şi apoi configuraţiile de tip piramidal şi de tip tetraedru. Se deduc modelele dinamice ale sistemului satelit-actuator pentru toate aceste configuraţii. În continuare, se proiectează o structură de sistem de control automat al atitudinii S folosind metoda backstepping cu diferite variante de actuatoare de tipul roţilor inerţiale. Sistemul este constituit din următoarele subsisteme: 1) controllerul de atitudine a S, care furnizează vectorul cuplu generator; 2) blocul de calcul al vectorului vitezelor unghiulare impuse (calculate) ale roţilor inerţiale relativ la S; 3) controllerul pentru vectorul vitezelor unghiulare ale roţilor inerţiale; 4) controllerul pentru vectorul cuplu al roţilor inerţiale; 5) blocul de modelare a actuatorului cu roţi inerţiale; 6) blocul de modelare a dinamicii S. Se construiesc modelele Matlab/Simulink ale sistemului de control automat al atitudinii S cu actuator în configuraţii standard, piramidală, şi, respectiv, tetraedrică. Folosind aceste modele şi programele de calcul numeric aferente, se trasează grafic caracteristicile dinamice ale sistemului. În cazul defectării uneia dintre roţile inerţiale, se modifică matricea care exprimă dependenţa între momentele generate de roţile inerţiale şi momentele induse după axele triedrului S; se trasează caracteristicile dinamice ale sistemului cu actuatoare în configuraţie piramidală şi tetraedrică în cazul defectării unei roţi inerţiale, caz în care celelalte trei roţi preiau sarcina celei defectate.

În capitolul al treilea sunt elaborate modele pentru patru variante de structuri piramidale (clustere) cu CMG/VSCMG-uri, structuri prezentate şi studiate în lucrări de specialitate [8], [54], [75], [81]. Roţile inerţiale (RI) sunt uşor manevrabile şi produc rotaţii mici ale S; ele au dezavantajul că, pentru efectuarea unor manevre ample, sunt necesare roţi de dimensiuni mari; cuplurile create depind de dimensiunile roţii. Astfel, pentru a crea cupluri de control mari, RI ar trebui să aibă dimensiuni mari şi, deci, greutăţi mari. De aceea, roţile inerţiale se folosesc pentru stabilizarea atitudinii sateliţilor mici; roţile inerţiale produc cupluri de maxim 1.5 Nm. CMG-urile furnizează cupluri de control mari (până la 3000 Nm), având momente cinetice de până la 3000 Nms. O variantă de CMG este VSCMG-ul (CMG cu viteză unghiulară de rotaţie proprie a giromotorului variabilă). Având un grad de libertate în plus, VSCMG-urile au posibilitatea de stocare a energiei concomitent cu controlul atitudinii. Pentru fiecare dintre cele patru variante de structuri piramidale, se calculează momentele giroscopice generate de fiecare CMG/VSCMG după axele S şi momentele rezultante generate de structurile piramidale după aceleaşi axe ale S. De asemenea, se calculează matricea ce exprimă dependenţa între vectorul momentelor giroscopice rezultante şi vectorul vitezelor unghiulare ale cadrelor giroscopice, precum şi matricele cosinusurilor directoare ale unghiurilor dintre axele triedrului piramidal legat de S şi, respectiv, axele de rotaţie ale giroscoapelor, axele transversale ale CMG/VSCMG-urilor şi axele de rotaţie ale cadrelor giroscopice, matrice necesare pentru calculul matricei momentelor de inerţie ale S.

În partea a doua a capitolului este proiectată o structură de control automat al atitudinii S folosind o lege de control ce conţine o componentă de tip PI după vectorul quaternionilor $\boldsymbol{q}$ şi o componentă de tip P după vectorul viteză unghiulară a S. Ca şi actuator, sistemul de control automat al atitudinii S foloseşte o variantă de structură piramidală cu CMG-uri. Se construiesc modelul Matlab/Simulink al sistemului de control automat al atitudinii S şi programele de calcul numeric aferente; cu acestea, se trasează caracteristicile dinamice ale sistemului având în componenţă o variantă de cluster piramidal cu CMG-uri.

În capitolul al patrulea sunt prezentate structuri de control automat al atitudinii S folosind patru variante de clustere piramidale cu VSCMG-uri. Sunt proiectate astfel de sisteme cu legi de control de tip PD şi sisteme similare pentru controlul suplimentar al puterii stocate de clusterele piramidale şi, respectiv, pentru egalizarea vitezelor unghiulare ale rotoarelor giroscopice. Se construiesc modele Matlab/Simulink şi, cu acestea, se trasează caracteristicile de timp ale sistemelor (pentru toate cele patru variante de clustere piramidale cu VSCMG-uri). În continuare, sunt proiectate structuri de control adaptiv al atitudinii S folosind câte una din cele patru variante de clustere piramidale cu VSCMG-uri; aceste sisteme folosesc estimatele matricelor momentelor de inerţie şi ale celor de amortizare dinamică; sunt proiectate sisteme similare de control suplimentar al puterii stocate de clusterele piramidale şi, respectiv, pentru egalizarea vitezelor unghiulare ale rotoarelor giroscopice. Pentru toate aceste sisteme, se construiesc modele Matlab/Simulink şi, cu acestea, se trasează caracteristici de timp. De asemenea, sunt proiectate structuri de control adaptiv al atitudinii S folosind câte una din variantele de cluster piramidal cu VSCMG-uri; se utilizează metoda inversării dinamice şi reţele neuronale; sunt proiectate structuri de sisteme similare cu controlul suplimentar al puterii stocate de clusterele piramidale şi, respectiv, pentru egalizarea vitezelor unghiulare ale rotoarelor giroscopice. Se construiesc modele Matlab/Simulink şi se trasează caracteristici de timp.

În capitolul al cincelea este prezentat un studiu privind singularităţile sistemelor cu CMG/VSCMG-uri, problemă amplu studiată de mulţi specialişti în domeniu [18], [20], [29], [36], [37], [53], [56], [57], [60], [61], [71], [76], [81], [82]. Este descris un model al unui sistem cu CMG/VSCMG-uri, cu particularizare pentru stări singulare. Se prezintă o metodă pentru evitarea singularităţilor folosind mişcarea nulă, fără controlul puterii, metodă bazată pe calculul gradienţilor factorului de condiţionare a singularităţilor ca măsură a vecinătăţii acestora. Se defineşte anvelopa momnetului cinetic total al clusterelor cu VSCMG-uri.

Doresc să mulţumesc în mod deosebit Domnului Prof. dr. ing. Romulus Lungu, coordonatorul ştiinţific, pentru îndrumarea riguroasă, sprijinul permanent, grija şi răbdarea de care a dat dovadă pe parcursul colaborării noastre, dar şi pentru competenţa, încurajarea şi susţinerea continuă pe durata studiilor doctorale. Mulţumesc, de asemenea, Domnului Conf. dr. ing. Mihai Lungu pentru sfaturile utile şi ajutorul permanent acordat în timpul stagiului doctoral la organizarea şi redactarea tezei de doctorat. Aduc mulţumiri tuturor cadrelor didactice ale colectivului de Inginerie Aerospaţială, Universitatea din Craiova pentru colaborarea fructuoasă din această perioadă şi pentru că m-au format ca inginer specialist în acest domeniu. Experienţa împărtăşită de către acest colectiv mi-a fost de un real folos atât în realizarea rapoartelor de cercetare aferente stagiului doctoral, cât şi în redactarea lucrărilor ştiinţifice publicate în jurnale sau comunicate la conferinţe.

CAPITOLUL 1

DEFINIREA, CALCULUL ŞI CONTROLUL AUTOMAT AL ATITUDINII SATELIŢILOR

1.1. DEFINIREA ŞI CALCULUL ATITUDINII SATELIŢILOR

Mişcarea satelitului se efectuează pe o traiectorie eliptică într-un plan care conţine centrul Pământului; Pământul este situat în unul din focarele elipsei. Se alege drept triedru inerţial triedrul $O_iX_iY_iZ_i$, cu originea în centrul Pământului O_i, cu axa O_iZ_i orientată către polul nord geografic al Pământului, axa O_iX_i în direcţia equinoxului Vernal şi axa O_iY_i – orientată astfel încât să completeze triedrul ortogonal. Triedrul orbital local (fig. 1.1) $O_0X_0Y_0Z_0$ are axele orientate astfel: O_0Z_0 orientată către centrul Pământului (O_i), O_0Y_0 – orientată în sens opus normalei la planul orbitei, iar axa O_0X_0 orientată astfel încât să completeze triedrul ortogonal $O_0X_0Y_0Z_0$; în cazul unei orbite circulare, axa O_0X_0 este tangentă la orbită, adică coliniară cu direcţia vectorului viteză.

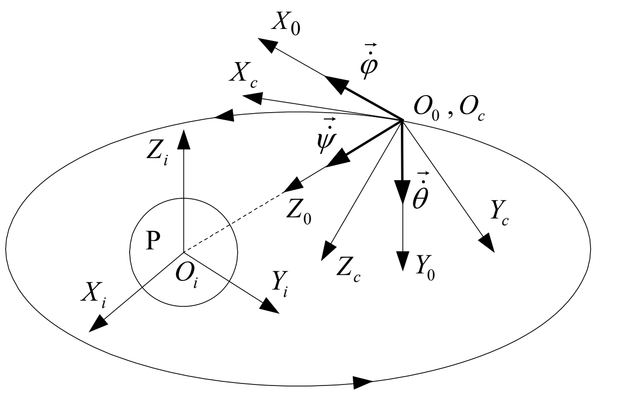


Fig. 1.1. Sistemele de coordonate: Inerţial ($O_iX_iY_iZ_i$), Orbital ($O_0X_0Y_0Z_0$) şi „Satelit" ($O_cX_cY_cZ_c$)

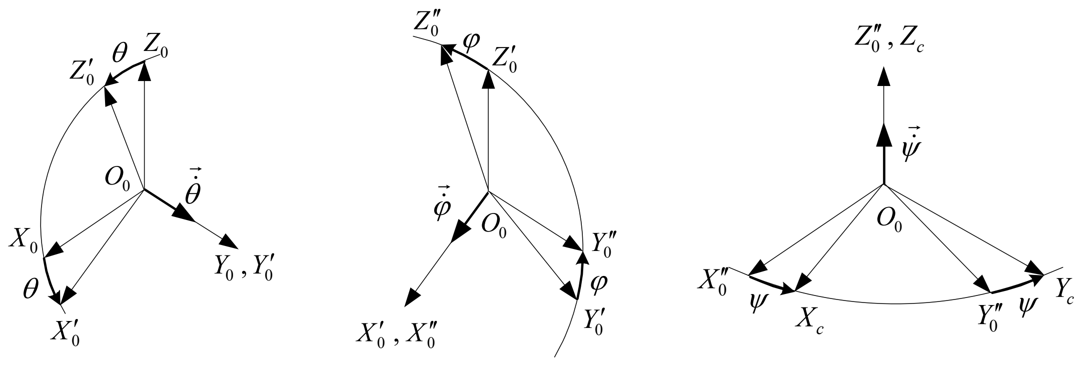


Fig. 1.2. Rotaţiile triedrului „Satelit" $O_cX_cY_cZ_c$ faţă de triedrul orbital $O_0X_0Y_0Z_0$

1.2. CONTROLUL AUTOMAT AL ATITUDINII SATELIŢILOR

1.2.2. Controlul neliniar al atitudinii s după vectorul quaternion q şi după vectorul viteză unghiulară ω

Alegerea axelor triedrului „satelit" $O_cX_cY_cZ_c$ se face în funcţie de aplicaţia concretă. Atitudinea satelitului (S) se exprimă prin unghiurile lui Euler (φ, θ, ψ), ele definind poziţia triedrului satelit relativ la triedrul orbital local.

Anexând ecuaţiile (1.82), (1.83), (1.85) la ecuaţia dinamicii S şi ecuaţiile diferenţiale (1.12) şi (1.13) ale quaternionilor (ecuaţiile atitudinii S faţă de orbită), se obţine sistemul de control automat al mişcării S în jurul axei proprii, care efectuează o manevră tipică (cu cele trei faze), cu structura din fig. 1.7.

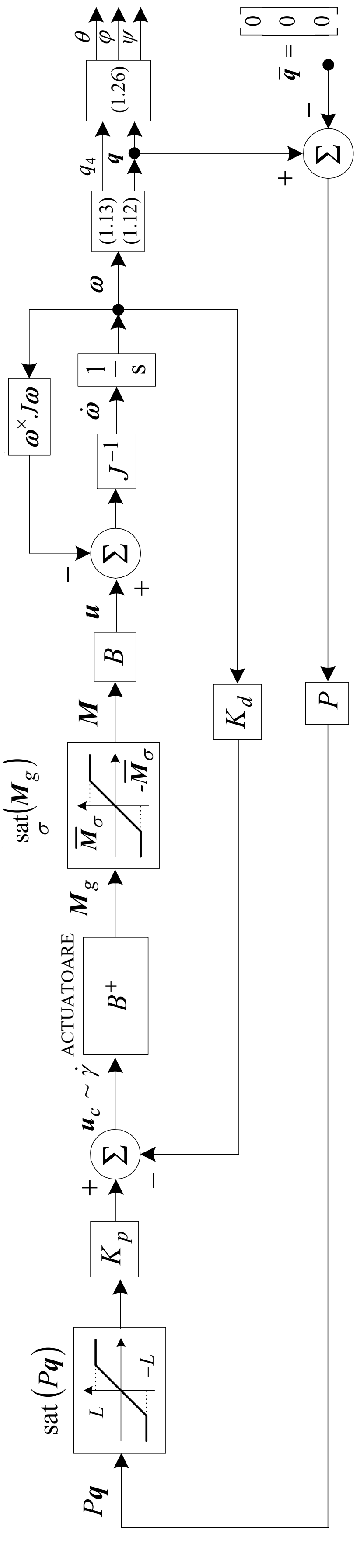
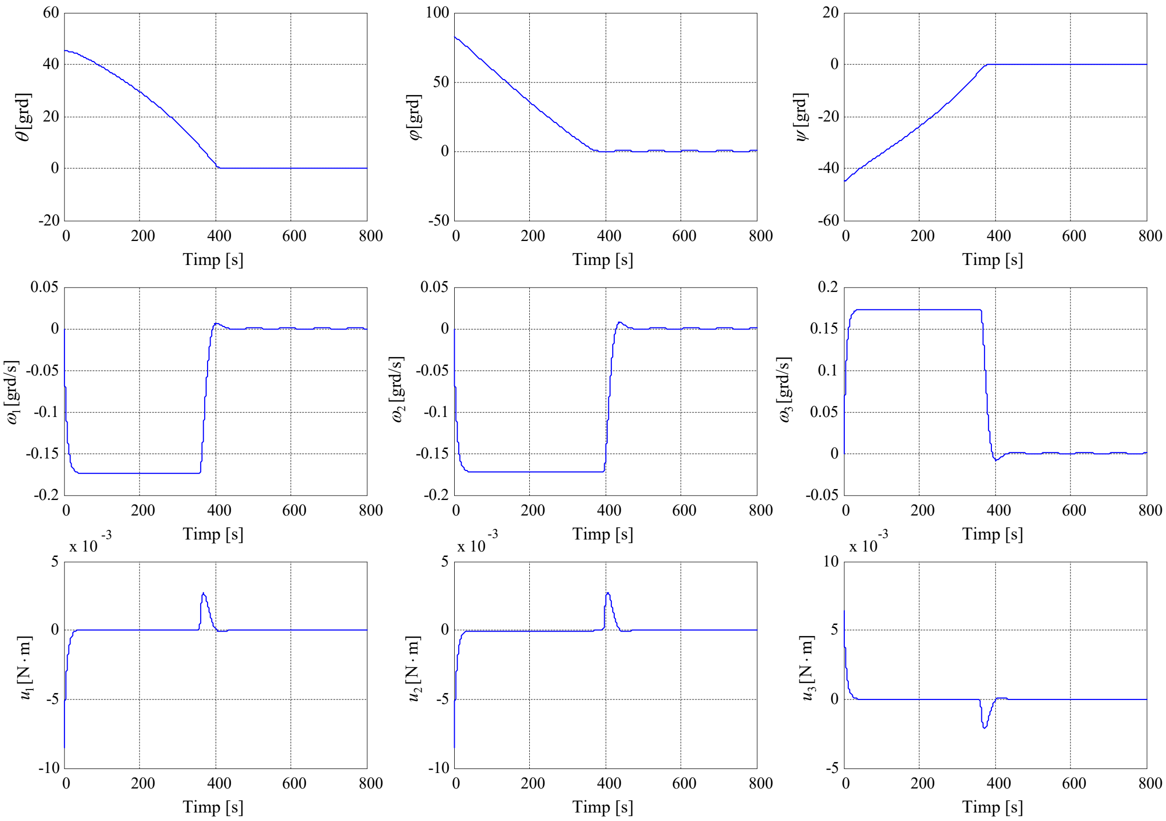
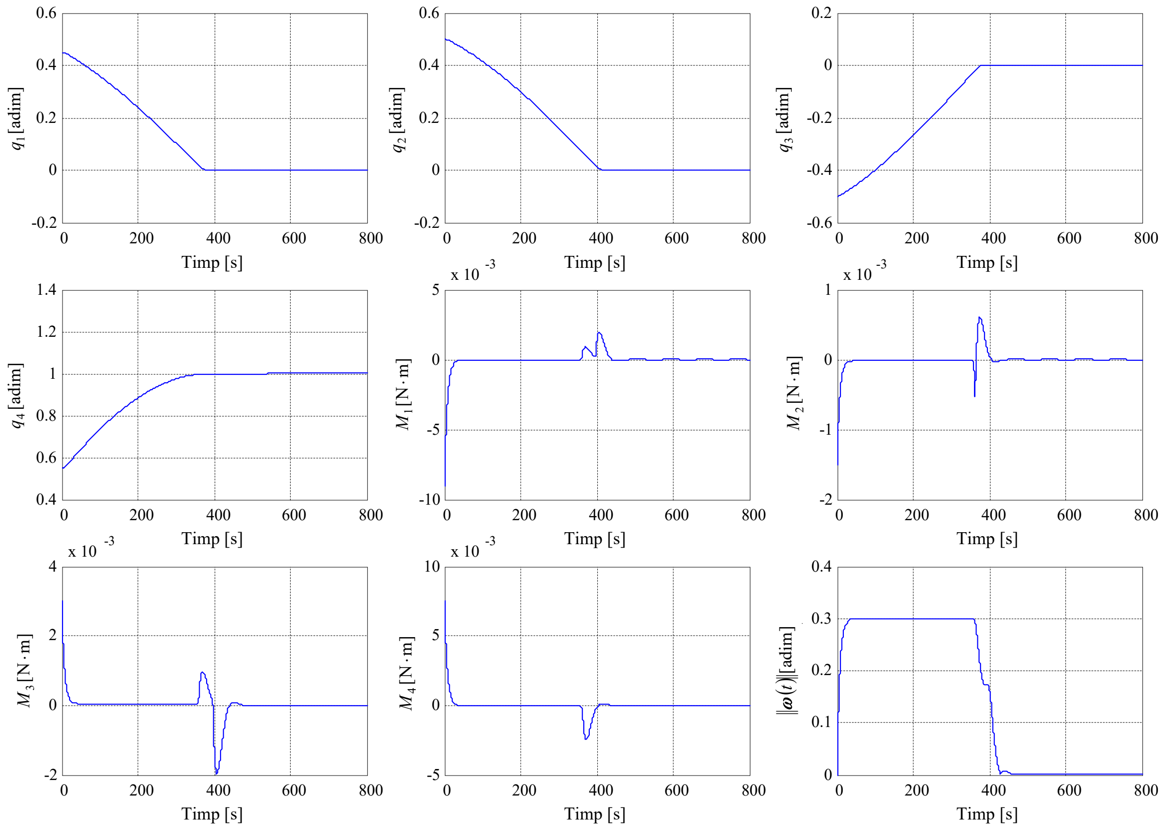


Fig. 1.7. Structura sistemului de control automat al mişcării S în jurul axei proprii



a.



b.

Fig. 1.9. Caracteristicile de timp ale sistemului din fig. 1.7

Se construieşte modelul Matlab/Simulink (din fig. 1.8.a) pentru sistemul cu structura din fig. 1.7. Acesta conţine două subsisteme: „Subsistem u” din fig. 1.8.b şi „Subsistem q şi q4” din fig. 1.8.c. În fig. 1.9 sunt reprezentate caracteristicile de timp ale sistemului din fig. 1.7: în fig.

1.9.a – componentele $\theta(t), \varphi(t), \psi(t)$, componentele vectorilor $\boldsymbol{\omega}(t)$ şi $\boldsymbol{u}(t)$; în fig. 1.9.b – componentele $q_1(t), q_2(t), q_3(t), q_4(t)$, componentele vectorului $\boldsymbol{M}(t)$ şi $\|\boldsymbol{\omega}(t)\|$. Pentru obţinerea acestor caracteristici s-a folosit programul Matlab din anexa A1.1.

1.2.3. Controlul atitudinii S şi al energiei stocate folosind roţi inerţiale

Se impune ca satelitul să urmărească simultan Soarele şi o staţie terestră (de exemplu, situată la Cape Canaveral în punctul de coordonate: longitudine 80.467°W şi latitudine 28.467°N). Axa de simetrie a satelitului OZ_c ($OX_cY_cZ_c$ – triedrul legat de Satelit) trebuie orientată permanent către staţia terestră (după direcţia vectorului $\vec{l}_t$), OY_c – axa panourilor solare orientată perpendicular pe vectorul de poziţie $\vec{l}_s$ (de la satelit la Soare), iar axa OX_c completează triedrul ortogonal drept (v. fig. 1.10 [69]). Triedrul orbital este $OX_0Y_0Z_0$ (v. fig. 1.1), cu axa OZ_0 – verticala locului, OY_0 – antinormala, iar OX_0 completează triedrul ortogonal $OX_0Y_0Z_0$. Triedrul $O_iX_iY_iZ_i$ este ales drept triedru inerţial. Deci, triedrul legat de Satelit (OX_cY_cZ) trebuie suprapus permanent peste triedrul de referinţă $OX_RY_RZ_R$ (dorit, triedrul ţintă), cu axa OZ_R orientată către staţia terestră şi axa OY_R perpendiculară pe vectorul $\vec{l}_s$. Vectorii $\vec{r}_t, \vec{r}_s$ şi $\vec{r}_c$ exprimă poziţiile staţiei terestre, Soarelui şi satelitului faţă de centrul Pământului (originea triedrului inerţial, O_i).

Fiind precizat profilul atitudinii de referinţă, mai întâi satelitul trebuie orientat prin acţiunea rapidă a propulsoarelor, care produc unghiuri mari de rotaţie; manevra de vizare a celor două ţinte (Soarele şi staţia terestră) constă în rotirea satelitului din poziţia iniţială $OX_0Y_0Z_0$ în poziţia $OX_RY_RZ_R$. Aceasta reprezintă manevra de iniţializare; apoi, prin intermediul roţilor inerţiale, satelitul (triedrul $OX_cY_cZ_c$) urmăreşte triedrul de referinţă $OX_RY_RZ_R$; simultan cu controlul atitudinii satelitului, astfel încât să urmărească cele două ţinte, este controlată şi energia (puterea) înmagazinată de roţile inerţiale. Roţile inerţiale generează cupluri mici (sub 10 Nm) şi, de aceea, manevra de iniţializare se realizează cu ajutorul propulsoarelor.

Mişcarea satelitul S este descrisă de ecuaţia

$$\dot{\boldsymbol{K}} + \boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{K} = \boldsymbol{u}, \boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}_t + \boldsymbol{u}_g + \boldsymbol{u}_p, \tag{1.98}$$

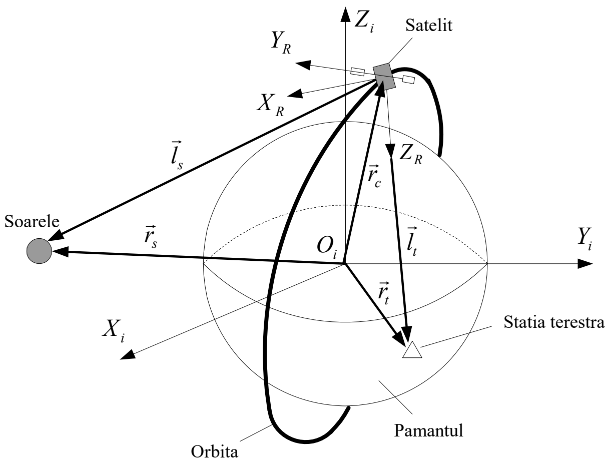


Fig. 1.10. Evidenţierea misiunii satelitului

în care $\boldsymbol{K}$ este vectorul momentelor cinetice ale S, $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3]^T$ – vectorul vitezelor unghiulare ale S în jurul axelor sale relativ la triedrul inerţial, u – vectorul momentelor exterioare

În fig. 1.11 este prezentată schema bloc a sistemului de control automat al atitudinii S şi energiei stocate. Satelitul este rotit astfel încât să fie orientat simultan către două ţinte (Soarele şi staţia terestră). Legea de control a atitudinii $\boldsymbol{q}_e$ este de tip P.D., cu coeficienţii k_p şi k_d. În prima fază (faza de iniţializare) comanda S se face prin intermediul propulsoarelor, iar în doua fază (faza de urmărire permanentă) prin intermediul roţilor inerţiale.

Matricea momentelor de inerţie J se calculează cu (1.101), în care

$$I = \mathrm{diag}\begin{bmatrix}200 & 200 & 175\end{bmatrix}\mathrm{kg\,m}^2,\ I_a = \boldsymbol{K}_a\boldsymbol{\Omega}_c^+ \cong \boldsymbol{K}_a\boldsymbol{\Omega}^+,$$

cu $\boldsymbol{\Omega}^+$ – pseudoinversa matricei (vectorului) vitezelor unghiulare ale roţilor inerţiale; $\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix}\Omega_1 & \Omega_2 & \Omega_3 & \Omega_4\end{bmatrix}^T, \Omega_i = 22000\,\mathrm{rot/min} = 22000\cdot 2\pi\,\mathrm{rad}/60\,\mathrm{s} \cong 2200\,\mathrm{rad/s}$. Matricea $\boldsymbol{\omega}^\times$ este de forma (1.9), iar $\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix}\omega_1 & \omega_2 & \omega_3\end{bmatrix}^T$, cu $\omega_i, i = \overline{1,3}$, vitezele unghiulare ale S faţă de triedrul orbital.

Se consideră că s-a făcut iniţializarea S prin intermediul motoarelor sale propulsoare; se deschide contactul după u şi se închide contactul dinaintea lui $B\boldsymbol{u}_a$ (v. fig. 1.11). Se alege $\boldsymbol{\omega}(0) = 10^{-4}\begin{bmatrix}-0.3 & -0.2 & 0.4\end{bmatrix}^T\mathrm{rad/s}$ şi $\boldsymbol{K}_a(0) = \begin{bmatrix}0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1\end{bmatrix}^T k\mathrm{g}\cdot\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{rad/s}$. Se alege vec-

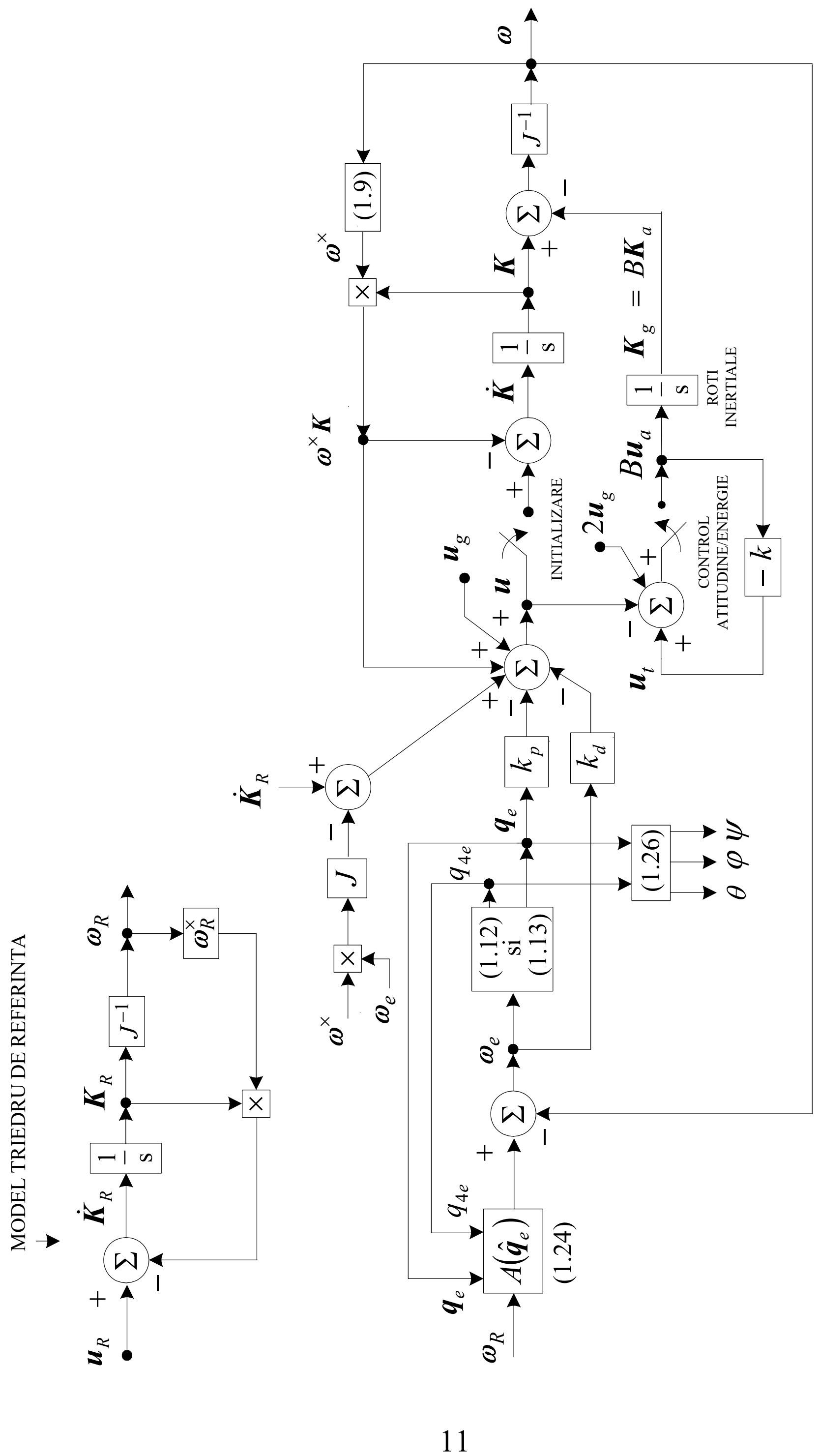
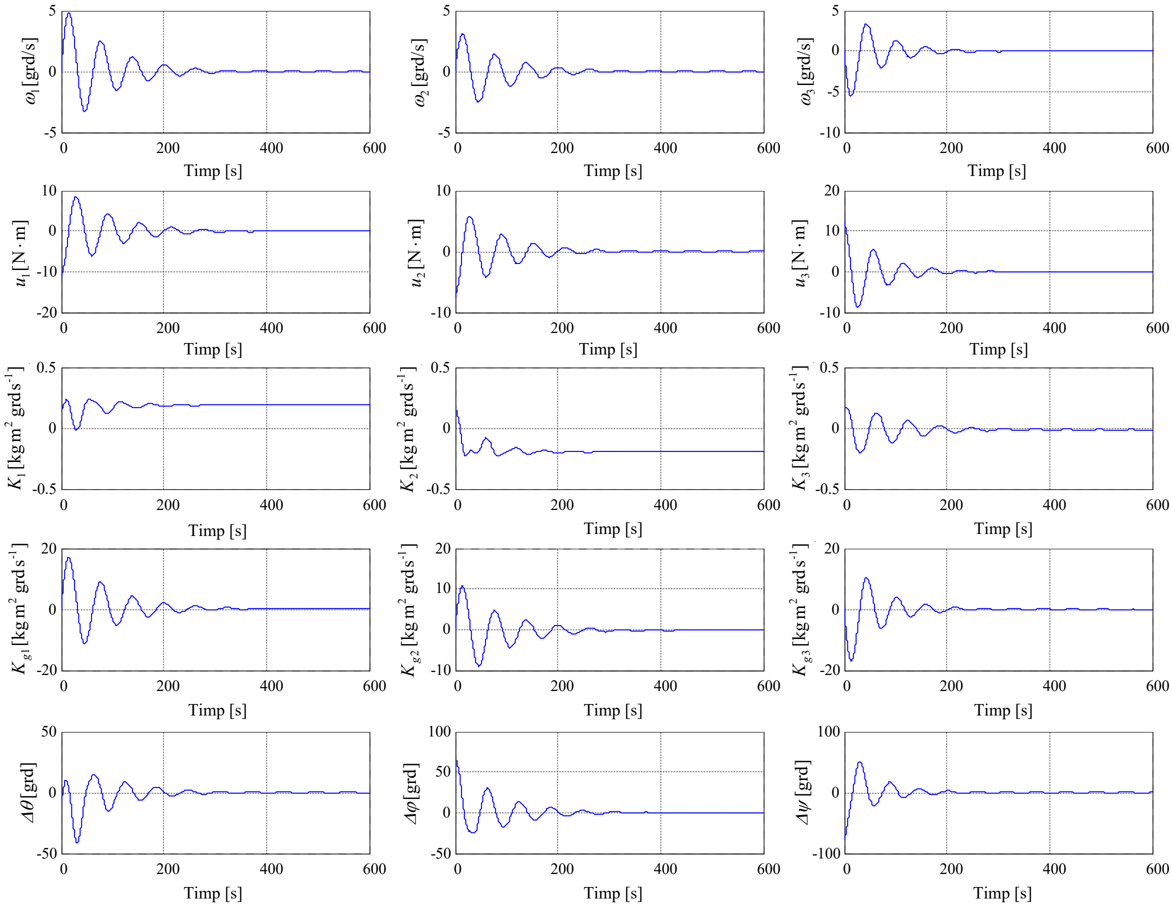


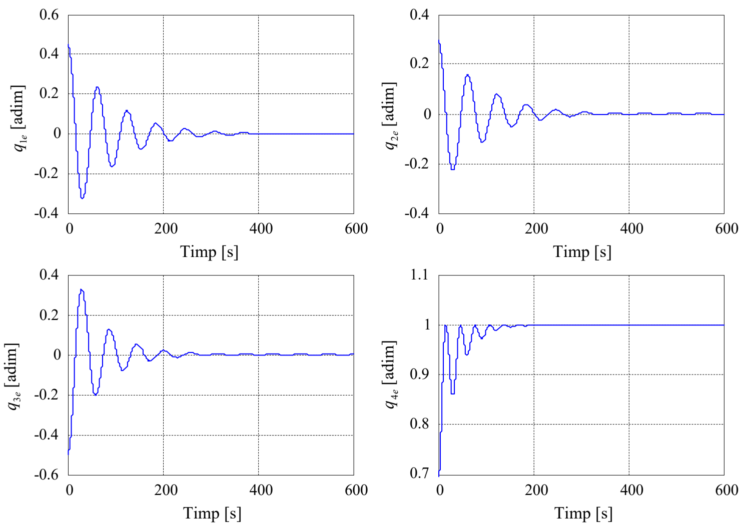
Fig. 1.11. Schema bloc a sistemului de control automat al atitudinii S şi energiei stocate folosind roţi inerţiale

torul viteză unghiulară a modelului de referinţă $\boldsymbol{\omega}_R = 10^{-4}\begin{bmatrix}-0.1 & -0.1 & 0.2\end{bmatrix}$ rad/s. Se aleg, de asemenea, valorile coeficienţilor legii de control $k_p = 25, k_d = 30, k = 5$.

În fig. 1.12.a este prezentat modelul Matlab/Simulink; acesta conţine patru subsisteme: 1) „Subsistem matrice A” (fig. 1.12.b); 2) „Subsistem q_e si q4_e” (fig. 1.12.c); 3) „Subsistem atitudine” (fig. 1.12.d); 4) „Subsistem om_x” (fig. 1.12.e). În fig. 1.13 sunt reprezentate caracteristicile de timp ale sistemului din fig. 1.11: în fig. 1.13.a – componentele vectorilor $\boldsymbol{\omega}(t), \boldsymbol{u}(t)\boldsymbol{K}(t), \boldsymbol{K}_g(t)$, precum şi variaţiile unghiurilor de atitudine $\Delta\theta(t), \Delta\varphi(t), \Delta\psi(t)$; în fig. 1.13.b – componentele vectorului quaternion $\boldsymbol{q}_e(t)$ adică $q_{1e}(t), q_{2e}(t), q_{3e}(t)$ şi $q_{4e}(t)$; programul Matlab utilizat în cadrul simulării este cel din anexa A1.2.



a.



b.

Fig. 1.13. Caracteristicile de timp ale sistemului din fig. 1.11

CAPITOLUL 2

CONTROLUL AUTOMAT AL ATITUDINII SATELIȚILOR, CU ACTUATOARE CONSTITUITE DIN ROȚI INERȚIALE, FOLOSIND METODA BACKSTEPPING

2.1. ROŢI INERŢIALE

Roțile inerțiale (de reacție) RI se utilizează pe scară largă drept actuatoare în cadrul sistemelor de control automat al atitudinii sateliților (S). RI sunt ușor manevrabile și produc rotații mici ale S. Fiind acționate de motoare electrice, nu necesită combustibil și nu produc perturbații, comparativ cu dispozitivele cu jet. RI pot fi controlate atât prin reglarea vitezelor de rotație, cât și prin reglarea cuplului. Un dezavantaj al RI este acela că, pentru efectuarea unor manevre ample, sunt necesare roți de dimensiuni mari, deoarece cuplul creat depinde de dimensiunile roții, fapt ce conduce la creșterea greutății. Un alt dezavantaj este generat de existența unui prag de saturare. La atingerea pragului de saturare, funcția RI este preluată de dispozitivele cu jet, perioadă de timp în care RI se desaturează.

Cu notațiile $\omega_s -$ viteza unghiulară de rotație, $\dot{\omega}_s -$ accelerația unghiulară, $J_s -$ momentul de inerție, $K_s = J_s\omega_s -$ momentul cinetic al RI, $M_c = \dot{K}_s -$ momentul cuplului creat de rotorul motorului electric de antrenare a RI și $K -$ momentul cinetic al S, în absența momentelor perturbatoare, este îndeplinită relația

$$\dot{K} + \dot{K}_s = 0; \tag{2.1}$$

momentul cuplului creat de rotorul motorului electric de antrenare a RI (M_c) produce un cuplu de rotație (M) a satelitului egal și de sens contrar $\left(M = \dot{K} = -M_c\right)$ în jurul axei S paralele cu axa de rotație a RI.

2.2. CONFIGURAȚII DE ACTUATOARE CU ROȚI INERȚIALE

2.2.2. Configurația piramidală

Dispunerea RI într-o astfel de configurație este ilustrată în fig. 2.2; roțile 1 și 3 sunt dispuse în planul $O_cX_cZ_c$ și formează unghiul β cu axa O_cX_c; roțile 2 și 4 sunt dispuse în planul $O_cY_cZ_c$ și formează unghiul β cu axa O_cY_c [33].

Cuplurile generate de cele patru RI după axele triedrului satelit sunt

$$\begin{aligned} M_{cx} &= M_{c1}\cos\beta - M_{c3}\cos\beta, \\ M_{cy} &= M_{c2}\cos\beta - M_{c4}\cos\beta, \\ M_{cz} &= M_{c1}\sin\beta + M_{c2}\sin\beta + M_{c3}\sin\beta + M_{c4}\sin\beta. \end{aligned} \tag{2.9}$$

Deci,

$$\begin{bmatrix} M_{cx} \\ M_{cy} \\ M_{cz} \end{bmatrix} = B\begin{bmatrix} M_{c1} \\ M_{c2} \\ M_{c3} \\ M_{c4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\cos\beta & 0 \\ 0 & \cos\beta & 0 & -\cos\beta \\ \sin\beta & \sin\beta & \sin\beta & \sin\beta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} M_{c1} \\ M_{c2} \\ M_{c3} \\ M_{c4} \end{bmatrix}. \tag{2.10}$$

De remarcat este faptul că suma pătratelor elementelor de pe fiecare coloană a matricei B este 1.

Vectorul momentelor de comandă aplicate RI se exprimă din (2.10)

$$\begin{bmatrix} M_{c1} \\ M_{c2} \\ M_{c3} \\ M_{c4} \end{bmatrix} = B^{+} \begin{bmatrix} M_{cx} \\ M_{cy} \\ M_{cz} \end{bmatrix}, B^{+} = B^{T}\left(BB^{T}\right)^{-1}. \tag{2.11}$$

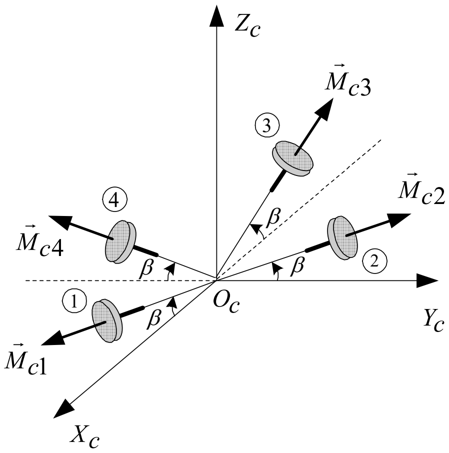


Fig. 2.2. Configurație piramidală cu patru roți inerțiale

2.5. CONTROLUL AUTOMAT AL ATITUDINII S CU ROȚI INERȚIALE FOLOSIND METODA BACKSTEPPING

Dinamica sistemului satelit-actuator cu roți inerțiale în configurație standard este descrisă de sistemul de ecuații (2.40) și (2.48), cu (2.49) și (2.50) sau (2.51), cu (2.52) și (2.53); pentru actuatoare cu roți inerțiale în configurație piramidală sau de tip tetraedru se folosesc ecuațiile (2.76) și (2.48), cu (2.49) și (2.50) sau ecuația (2.51), cu (2.52), (2.79), (2.49) și (2.50).

În cadrul proiectării structurii de control automat se parcurg două etape: 1) calculul momentului generator (calculat); 2) proiectarea controllerului vectorului vitezelor unghiulare ale roților inerțiale [19].

Proiectarea controllerului vectorului vitezelor unghiulare ale roților inerțiale

În fig. 2.7 este prezentată schema bloc a sistemului de control automat al atitudinii S, bazat pe metoda backstepping, folosind configurații cu roți inerțiale.

Caracteristicile de timp ale sistemului din fig. 2.7 folosind roți inerțiale în configurație piramidală sunt prezentate în fig. 2.11, iar cele asociate sistemului din fig. 2.7 folosind roți inerțiale în configurație tetraedrică sunt prezentate în fig. 2.12; pentru obținerea lor s-au conceput și utilizat programele Matlab din anexele A2.2 și A2.3.

S-a ales un satelit cu $m = 100\,\mathrm{Kg}, \omega_0 = 0.001083\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}, J = \mathrm{diag}[8 \;\; 8 \;\; 6]\,\mathrm{Kg}\cdot\mathrm{m}^2$. S-au ales roțile inerțiale în configurație standard cu $J_s = \mathrm{diag}[5 \;\; 5 \;\; 5]\,\mathrm{Kg}\cdot\mathrm{m}^2, \omega_{si}^{\max} = 5000\mathrm{rpm} \cong 524\mathrm{grd}\cdot\mathrm{s}^{-1}$, $R_c = 131.5 \cdot I_{3\times3}\left[\Omega\cdot\mathrm{H}^{-1}\right], L_c = 1900 \cdot I_{3\times3}\left[\mathrm{H}^{-1}\right], k_c = 0.0351 \cdot I_{3\times3}\left[\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{A}^{-1}\right], k_s = 7.5 \cdot I_{3\times3}\left[\mathrm{V}\cdot\mathrm{rad}^{-1}\cdot\mathrm{s}\right]$. Se aleg matricele de amplificare $K_1 = 20 \cdot I_{3\times3}, K_2 = K_3 = 12 \cdot I_{3\times3}, K_4 = 10 \cdot I_{3\times3}, \boldsymbol{q}_d = [0 \;\; 0 \;\; 0]^T$, $\boldsymbol{q}(0) = [0.45 \;\; 0.5 \;\; -0.5]^T, q_4(0) = 0.5454, \boldsymbol{\omega}(0) = [0 \;\; 0 \;\; 0]^T \mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}, \boldsymbol{\Omega}(0) = \boldsymbol{\omega}(0) - \omega_0 \boldsymbol{c}_2(0), \boldsymbol{\omega}_{si}(0) =$ $= 3000\mathrm{rpm} \cong 377\mathrm{grd}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Momentul perturbator, datorat gravitației, se calculează cu formula [33]

$$\boldsymbol{M}_p = 3\omega_0^2 \boldsymbol{c}_3^{\times} J \boldsymbol{c}_3\,, \tag{2.158}$$

unde $\boldsymbol{c}_3$ este al treilea vector coloană al matricei de rotație R_0^b. Pentru configurațiile de tip piramidal și tetraedru, dimensiunile matricelor $J_s, R_c, L_c, k_c, k_s, K_3$ și K_4 sunt (4×4); momentele după axele triedrului „satelit” se exprimă cu una din relațiile (2.10), (2.22), (2.25), (2.27).

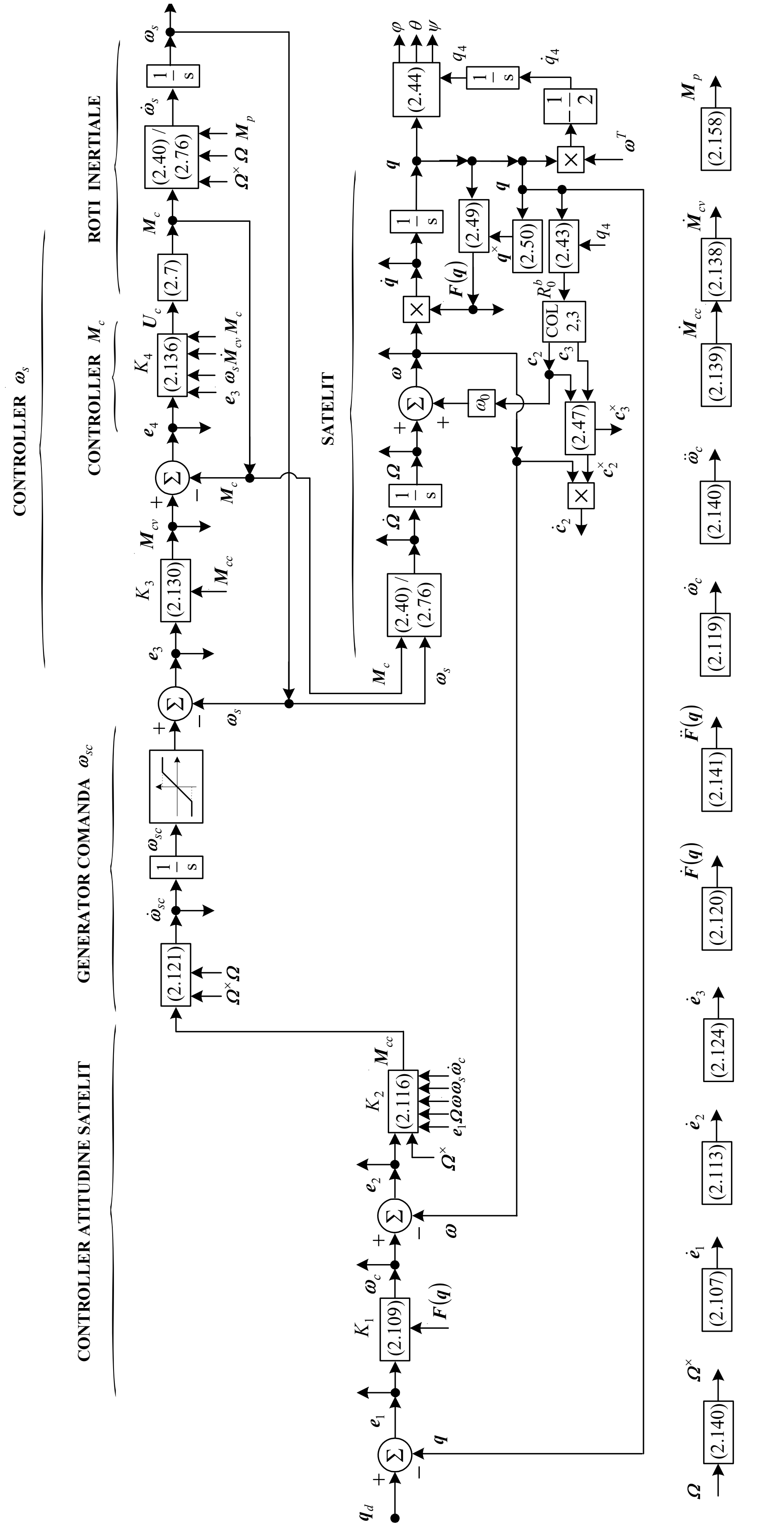
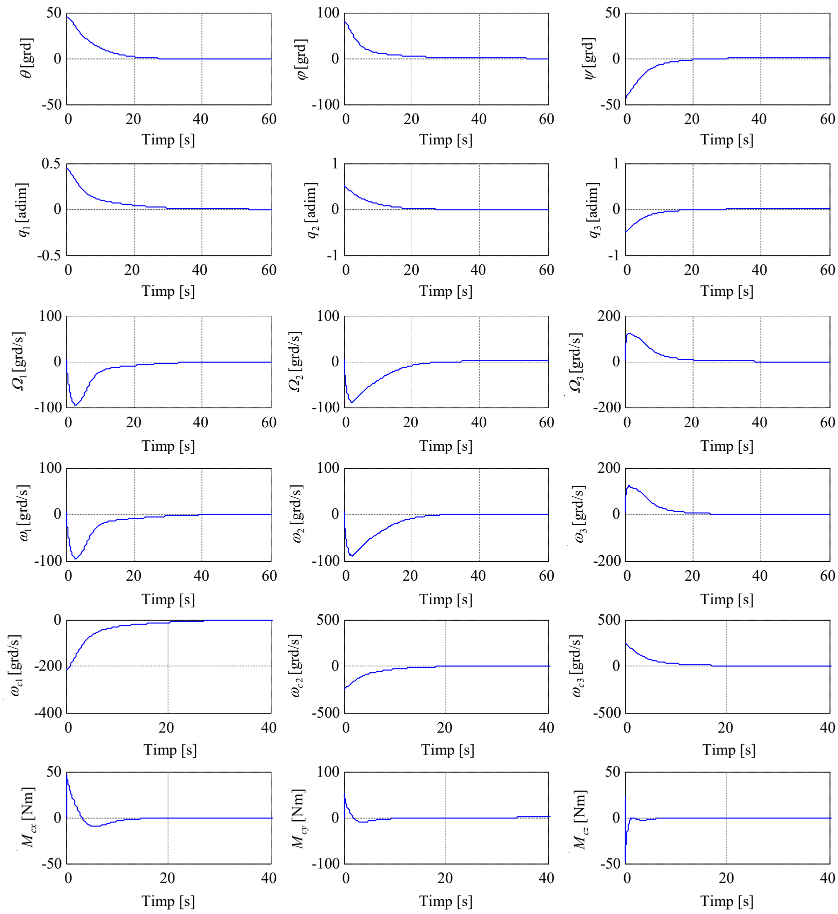
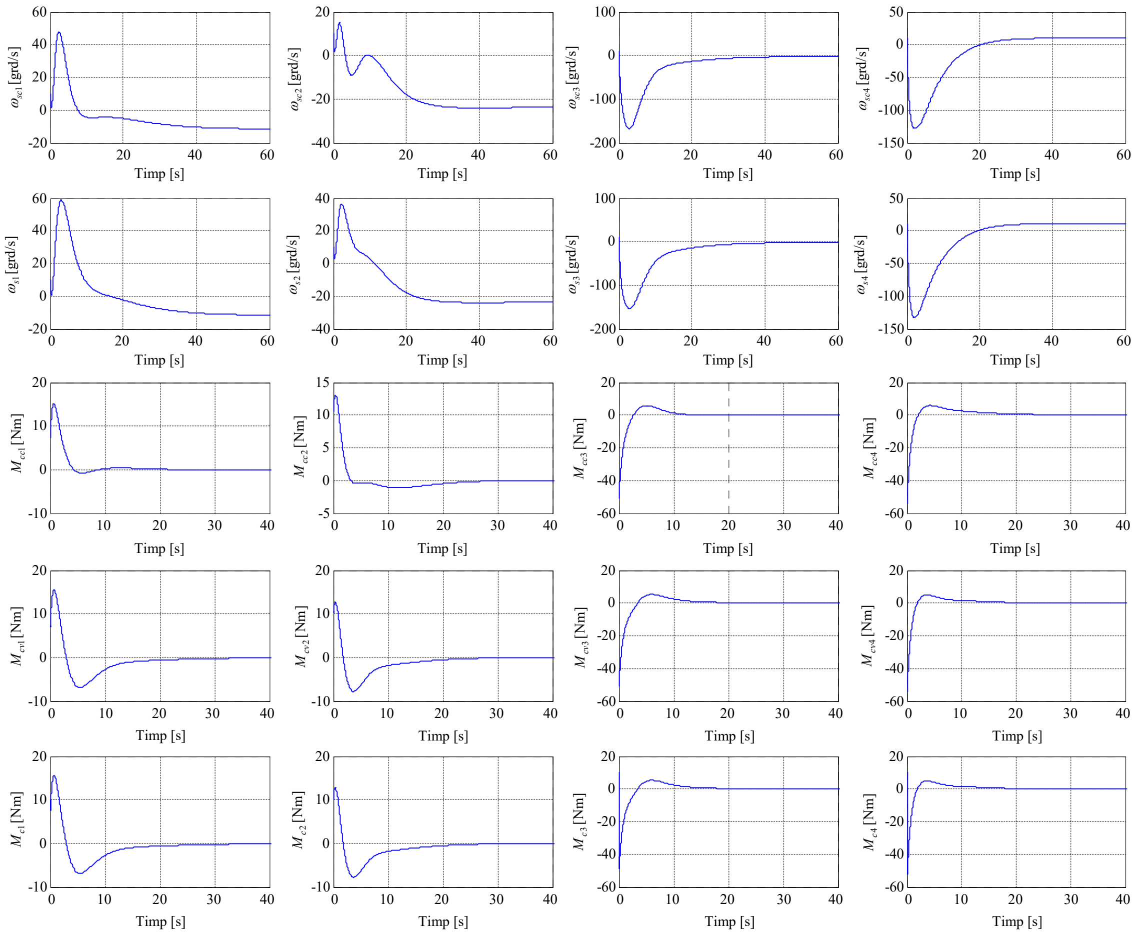


Fig. 2.7. Schema bloc a sistemului de control automat al atitudinii S, bazat pe metoda backstepping, folosind actuator de tip configurație cu roți inerțiale



a.



b.

Fig. 2.11. Caracteristicile de timp ale sistemului din fig. 2.7, folosind roți inerțiale (configurație piramidală)

CAPITOLUL 3

STRUCTURI PIRAMIDALE CU CMG-URI, PENTRU CONTROLUL ATITUDINII MINISATELIŢILOR

3.1. MODELAREA STRUCTURILOR PIRAMIDALE CU CMG/VSCMG-URI

3.1.5. Sistem piramidal cu CMG/VSCMG-uri – varianta 4

Pentru configuraţia piramidală din fig. 3.7 cadrele giroscopice sunt situate iniţial în planurile feţelor piramidei (axele giroscoapelor şi axele cadrelor); axele o_1x_1, o_2y_2, o_3y_3 şi o_4z_4 sunt perpendiculare pe planurile feţelor piramidei (axe transversale). Axele rotoarelor giroscopice (momentelor cinetice $\vec{K}_i, i=\overline{1,4}$) sunt iniţial orientate paralel cu laturile bazei piramidei (trei dintre ele), iar $\vec{K}_4 \perp CC'\left(\vec{K}_4 \| BY\right)$.

Cu notaţiile (3.10), în absenţa rotaţiilor S, ecuaţia clusterului piramidal din fig. 3.7 este de forma (3.11) sau (3.12), cu (3.13), iar în prezenţa rotaţiilor S, ecuaţia clusterului este de forma (3.16) sau (3.17), cu (3.18). Înlocuind (3.56)$\div$(3.59) în (3.13), ecuaţia (3.11) devine (3.14), cu matricea Q de forma

$$Q = J_g \Omega \cdot \begin{bmatrix} \sin\beta\cos\gamma_1 & -\cos 30^\circ \sin\gamma_2 & -\cos 30^\circ \cos\gamma_3 & 0 \\ \sin\gamma_1 & \sin\beta\cos\gamma_2 & \cos 30^\circ \sin\beta\cos\gamma_3 & \sin\gamma_4 \\ \cos\beta\cos\gamma_1 & \cos\beta\cos\gamma_2 & \cos\beta\cos\gamma_3 & \cos\gamma_4 \end{bmatrix}. \tag{3.60}$$

Conform fig. 3.7 şi fig. 3.8, matricele B_s, B_t şi B_g sunt, respectiv,

$$B_s = B_s(\boldsymbol{\gamma}) = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} -o_1y_1' & o_2x_2' & o_3x_3' & o_4y_4' \end{array} \\ \begin{bmatrix} \sin\beta\sin\gamma_1 & \cos 30^\circ \cos\gamma_2 & \cos 30^\circ \cos\gamma_3 & 0 \\ -\cos\gamma_1 & \cos 30^\circ \sin\beta\sin\gamma_2 & -\cos 30^\circ \sin\beta\sin\gamma_3 & -\cos\gamma_4 \\ \cos\beta\sin\gamma_1 & \cos\beta\sin\gamma_2 & \cos\beta\sin\gamma_3 & \sin\gamma_4 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} OX \\ OY, \\ OZ \end{array} \tag{3.61}$$

$$B_{s0} = B_s(0) = \begin{bmatrix} 0 & \cos 30^\circ & \cos 30^\circ & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$B_t = B_t(\boldsymbol{\gamma}) = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} o_1x_1' & o_2y_2' & o_3y_3' & o_4z_4' \end{array} \\ \begin{bmatrix} \sin\beta\cos\gamma_1 & -\cos 30^\circ \sin\gamma_2 & -\cos 30^\circ \sin\gamma_3 & 0 \\ \sin\gamma_1 & \cos 30^\circ \sin\beta\cos\gamma_2 & -\cos 30^\circ \sin\beta\cos\gamma_3 & \sin\gamma_4 \\ \cos\beta\cos\gamma_1 & \cos\beta\cos\gamma_2 & \cos\beta\cos\gamma_3 & \cos\gamma_4 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} OX \\ OY, \\ OZ \end{array} \tag{3.62}$$

$$B_{t0} = B_t(0) = \begin{bmatrix} \sin\beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30^\circ \sin\beta & -\cos 30^\circ \sin\beta & 0 \\ \cos\beta & \cos\beta & \cos\beta & 1 \end{bmatrix};$$

$$B_g = B_{g0} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} o_1z_1 & o_2z_2 & o_3z_3 & o_4z_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} -\cos\beta & \cos 30^\circ \cos\beta & \cos 30^\circ \cos\beta & 0 \\ 0 & -\cos 30^\circ \cos\beta & \cos 30^\circ \cos\beta & 0 \\ \sin\beta & \sin\beta & \sin\beta & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} OX \\ OY. \\ OZ \end{array} \tag{3.63}$$

Ţinând seama de (3.61) şi (3.62), rezultă relaţiile

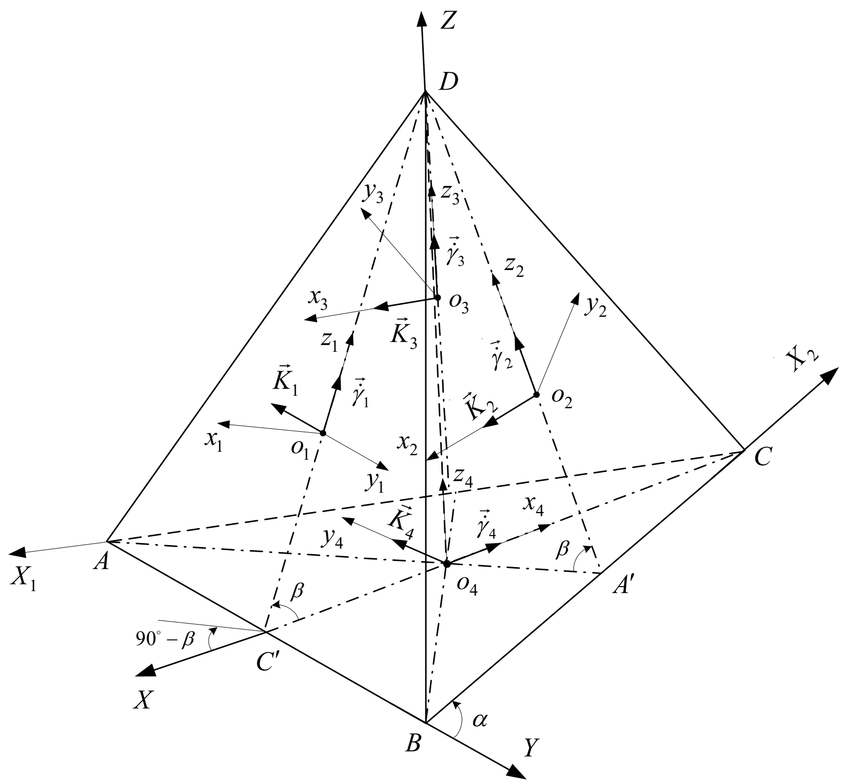


Fig. 3.7. Configuraţie piramidală de sistem cu patru CMG/VSCMG-uri (varianta 4)

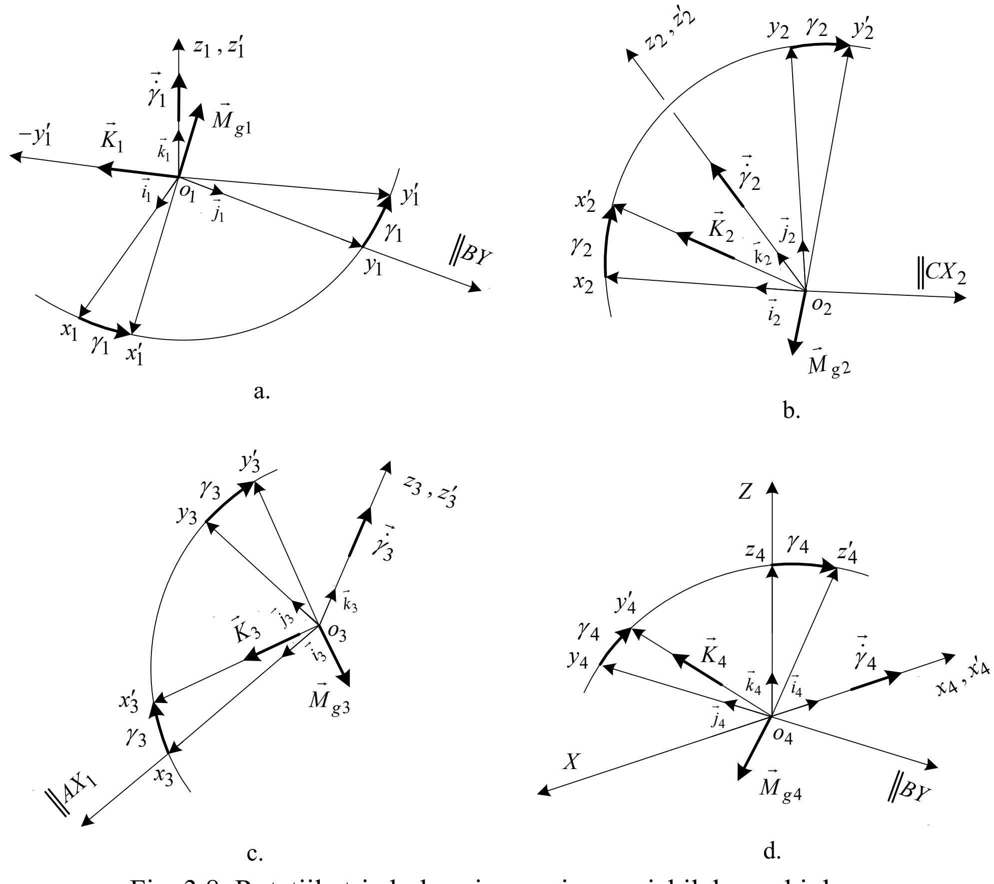


Fig. 3.8. Rotaţiile triedrelor giroscopice, variabilele unghiulare, momentele cinetice şi cuplurile giroscopice

$$B_s = B_{s0}\left[\cos\boldsymbol{\gamma}\right]_d + B_{t0}\left[\sin\boldsymbol{\gamma}\right]_d \,, B_t = -B_{s0}\left[\sin\boldsymbol{\gamma}\right]_d + B_{t0}\left[\cos\boldsymbol{\gamma}\right]_d \,, \tag{3.64}$$

relaţii identice cu cele obţinute pentru variantele 1 şi 3 de cluster. Derivând (3.64), se obţin

$$\dot{B}_s = B_t [\dot{\gamma}]_d \, , \dot{B}_t = -B_s [\dot{\gamma}]_d \, . \tag{3.65}$$

3.2. CONTROLUL ATITUDINII S FOLOSIND STRUCTURI PIRAMIDALE CU CMG-URI

Controlul automat al atitudinii S poate fi realizat cu sistemul din fig. 3.9.a folosind o lege de control ce conţine o componentă de tip P.I. după vectorul quaternion $\boldsymbol{q}$ şi o componentă de tip P după vectorul viteză unghiulară $\boldsymbol{\omega}$ a satelitului. Drept sistem de actuatoare, se foloseşte o structură (cluster) piramidală cu patru CMG-uri (una dintre cele patru variante modelate anterior); este luată în considerare saturarea actuatoarelor atât din punct de vedere al cuplurilor generate giroscopic, cât şi din punct de vedere al vitezelor unghiulare ale cadrelor giroscopice. Structura subsistemului de calcul al vectorului $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ al vitezelor unghiulare ale cadrelor CMG-urilor este dată fig. 3.9.b.

Comanda $\boldsymbol{M}_c$ (cu semnificaţia cu cuplu de comandă) joacă rolul cuplului giroscopic $\boldsymbol{M}_g$ din ecuaţia (3.17); ecuaţia (3.17) devine

$$\dot{\boldsymbol{K}} = -\boldsymbol{M}_c - \boldsymbol{\omega}^{\times} \boldsymbol{K} \, , \tag{3.66}$$

modelată în cadrul subsistemului (modelului clusterului piramidal) din fig. 3.9.b. La aceasta se adaugă ecuaţia (3.14) pentru calculul vectorului vitezelor unghiulare ale cadrelor giroscopice $\dot{\boldsymbol{\gamma}}_c$;

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}}_c = Q^{+} \dot{\boldsymbol{K}} \, , \tag{3.67}$$

cu Q^{+} – pseudoinversa matricei $Q = Q(\boldsymbol{\gamma})$.

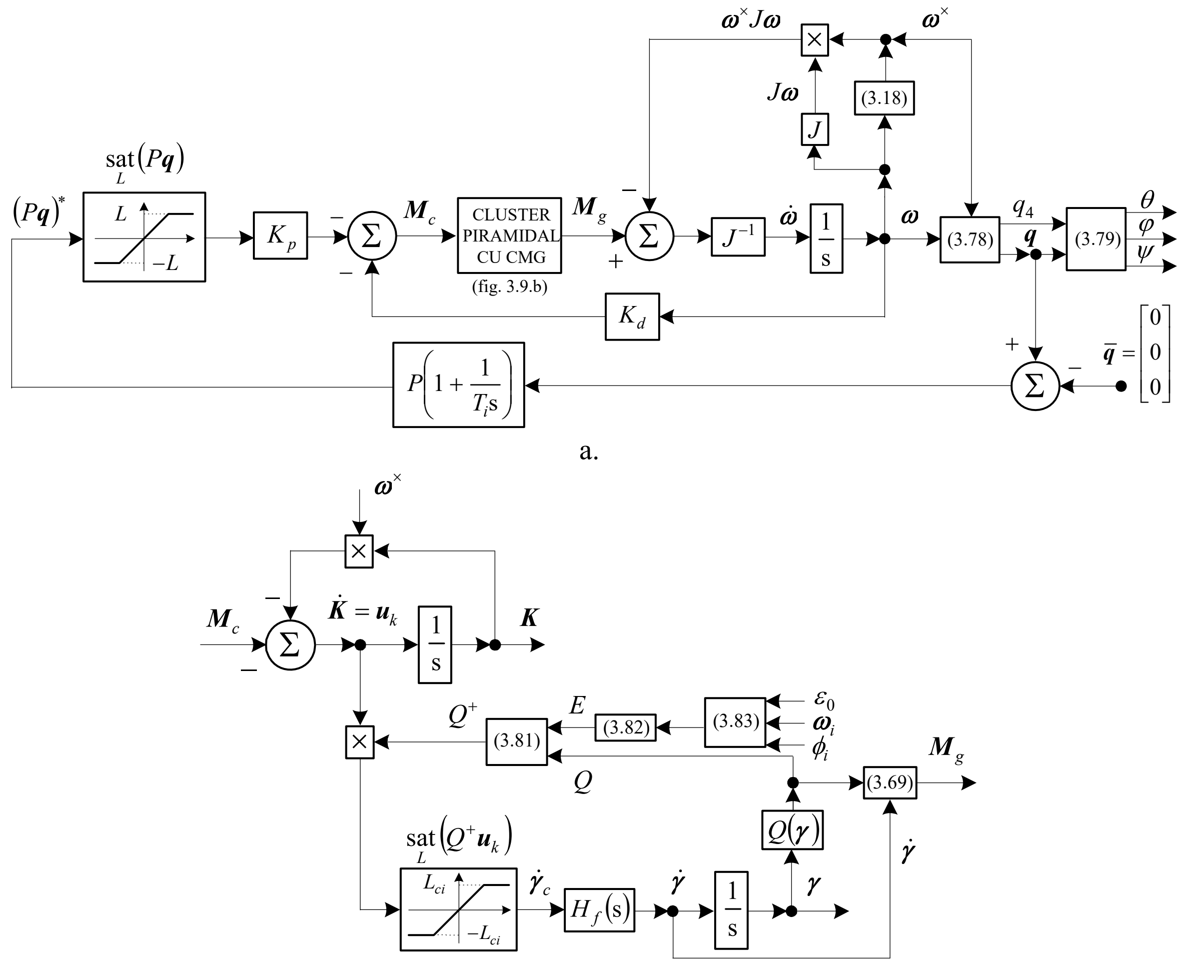
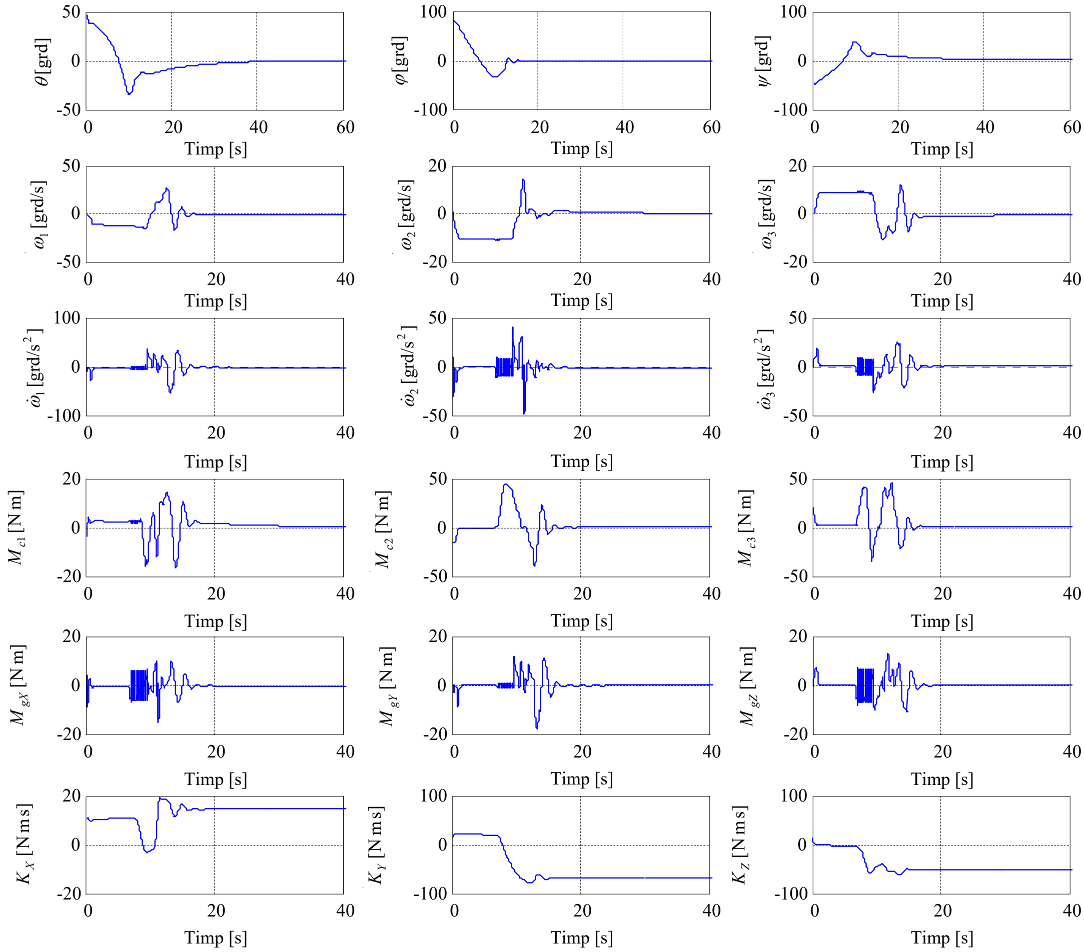
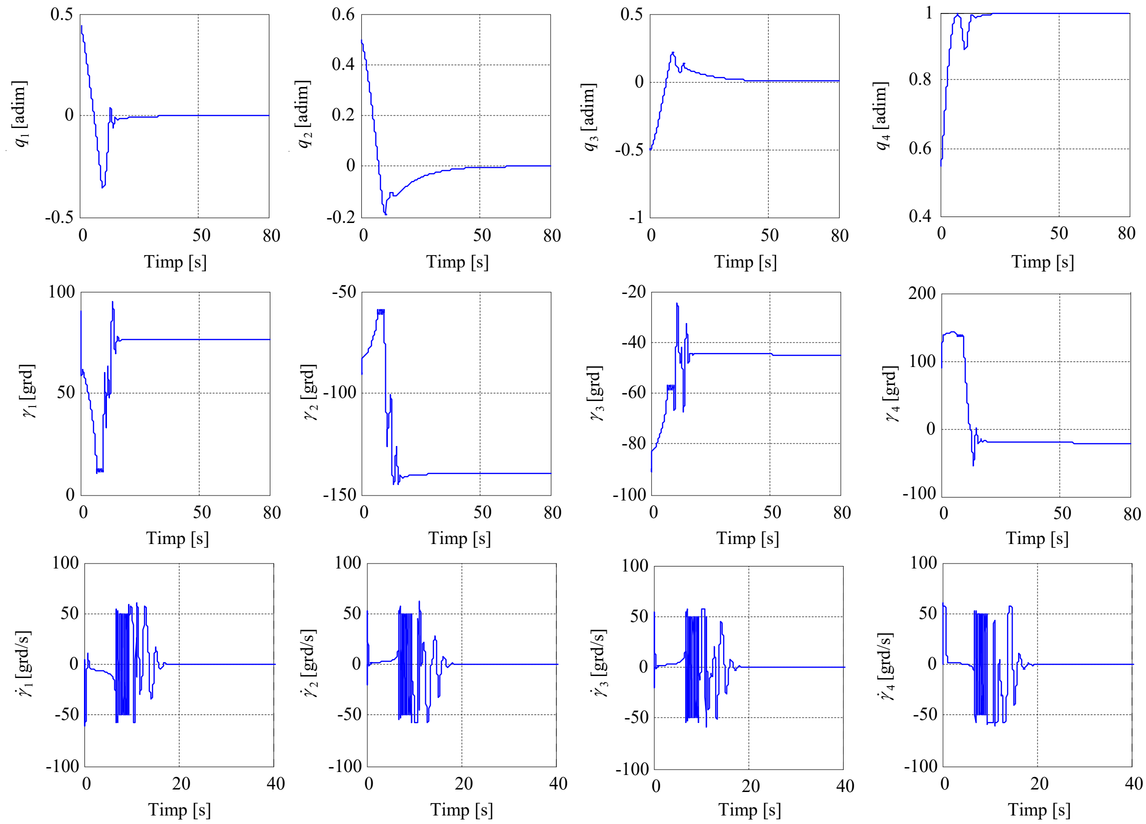


Fig. 3.9. Sistem de control automat al atitudinii S cu cluster piramidal cu CMG-uri (a) şi subsistem de calcul al vectorului $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ (b)



a.



b.

Fig. 3.15. Caracteristici grafice pentru sistemul de control automat al atitudinii S cu cluster piramidal cu CMG-uri (varianta 4)

CAPITOLUL 4

CONTROLUL ATITUDINII SATELIŢILOR, AL ENERGIEI STOCATE DE CLUSTERE PIRAMIDALE CU VSCMG-URI ŞI EGALIZAREA VITEZELOR UNGHIULARE ALE ROTOARELOR GIROSCOPICE

4.1. DINAMICA S FOLOSIND CLUSTERE PIRAMIDALE CU *N* VSCMG-URI

O astfel de lege este de forma $\boldsymbol{u}=\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{\gamma}} & \dot{\boldsymbol{\Omega}}\end{bmatrix}^T$, unde $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ este vectorul vitezelor unghiulare de rotaţie ale cadrelor giroscopice şi $\dot{\boldsymbol{\Omega}}-$ vectorul acceleraţiilor unghiulare ale giroscoapelor (rotoarelor giroscopice). Pentru descrierea dinamicii S, pe care este amplasată o platformă (cluster) cu *N* VSCMG-uri, se definesc următorii vectori şi matrice: $\boldsymbol{\gamma}=\begin{bmatrix}\gamma_1 & \gamma_2 & \dots & \gamma_N\end{bmatrix}^T$, $\boldsymbol{\Omega}=\begin{bmatrix}\Omega_1 & \Omega_2 & \dots & \Omega_N\end{bmatrix}^T, I_{g^*}=\mathrm{diag}\begin{bmatrix}I_{g_1^*} & I_{g_2^*} & \dots & I_{g_N^*}\end{bmatrix}-$ matricea diagonală a momentelor de inerţie ale cadrelor giroscopice, $I_{r^*}=\mathrm{diag}\begin{bmatrix}I_{r_1^*} & I_{r_2^*} & \dots & I_{r_N^*}\end{bmatrix}-$ matricea diagonală a momentelor de inerţie ale rotoarelor giroscopice, $I_{c^*}=I_{g^*}+I_{r^*}-$ matricea diagonală a momentelor de inerţie ale ansamblurilor cadre-rotoare giroscopice; semnul * este *g*, *s*, *t* şi semnifică axa în raport cu care se exprimă momentul de inerţie, respectiv matricea cu elementele respective (*g* – axa cadrului giroscopic, *s* – axa de rotaţie proprie a giroscopului, iar *t* – axa perpendiculară pe axele *g* şi *s*); B_*- matrice $(3\times N)$ de transformare care are pe fiecare din cele *N* coloane corespunzătoare celor *N* VSCMG-uri, câte 3 elemente ce reprezintă cosinusurile directoare ale unghiurilor formate de axa * a VSCMG-ului N cu axele triedrului legat de bază (satelit). Menţionăm că, dintre matricele B_*, doar matricele B_s şi B_t sunt funcţii de $\boldsymbol{\gamma}\left(B_s=B_s(\boldsymbol{\gamma})\right.$, $\left.B_t=B_t(\boldsymbol{\gamma})\right)$. Cu aceste precizări, matricea momentelor de inerţie ale S are forma [82]

$$J=J_b+B_sI_{cs}B_s^T+B_gI_{cg}B_g^T+B_tI_{ct}B_t^T\,, \tag{4.1}$$

unde J_b=const. este matricea momentelor de inerţie ale S exceptând clusterele; $I_{cs}=I_{gs}+I_{rs}$, $I_{cg}=I_{gg}+I_{rg}\,, I_{ct}=I_{gt}+I_{rt}$.

Vectorul moment cinetic total $\boldsymbol{K}_c$ al clusterului cu cele *N* VSCMG-uri relativ la platforma satelitului se exprimă în funcţie de vectorii momentelor cinetice ale acestora în raport cu axele de rotaţie proprie ale rotoarelor giroscopice $(I_{rs}\boldsymbol{\Omega})$ şi în funcţie de vectorii momentelor cinetice ale lor în raport cu axele cadrelor giroscopice $(I_{cg}\dot{\boldsymbol{\gamma}})$ folosind matricele de transformare B_s şi B_g, adică

$$\boldsymbol{K}_c=B_sI_{rs}\boldsymbol{\Omega}+B_gI_{cg}\dot{\boldsymbol{\gamma}}=\begin{bmatrix}B_gI_{cg} & B_sI_{rs}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{\gamma}} & \boldsymbol{\Omega}\end{bmatrix}^T. \tag{4.2}$$

Deci, vectorul moment cinetic de comandă se obţine prin modificarea lui $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ şi $\boldsymbol{\Omega}$.

Momentul cinetic absolut $\boldsymbol{K}$ al S este rezultanta momentului cinetic al platformei satelitului (de transport) $J\boldsymbol{\omega}$ şi a celui relativ $\boldsymbol{K}_c$, adică

$$\boldsymbol{K}=J\boldsymbol{\omega}+\boldsymbol{K}_c=J\boldsymbol{\omega}+B_sI_{rs}\boldsymbol{\Omega}+B_gI_{cg}\dot{\boldsymbol{\gamma}}\,, \tag{4.3}$$

cu $\boldsymbol{\omega}=\begin{bmatrix}\omega_1 & \omega_2 & \omega_3\end{bmatrix}^T-$ vectorul vitezelor unghiulare absolute ale S după axele sale.

Dinamica S este descrisă de ecuaţia următoare, cu $\boldsymbol{K}$ de forma (4.3);

$$\begin{aligned}&\dot{\boldsymbol{K}}+\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{K}=\boldsymbol{u}\,,\\&\boldsymbol{u}=\boldsymbol{u}_k+\boldsymbol{u}_g+\boldsymbol{u}_p\,,\end{aligned} \tag{4.4}$$

în care: $\boldsymbol{u}$ este vectorul momentelor exterioare aplicate S, $\boldsymbol{u}_k -$ vectorul momentelor de comandă, $\boldsymbol{u}_g -$ vectorul momentelor datorate gravitaţiei şi $\boldsymbol{u}_p -$ vectorul momentelor perturbatoare. Derivând (4.3) şi ţinând seama de faptul că J depinde într-o mică măsură de $\boldsymbol{\gamma}$, adică $\dot{J} = \dot{J}(\boldsymbol{\gamma})\dot{\boldsymbol{\gamma}} -$ neglijabil, rezultă

$$\dot{\boldsymbol{K}} \cong J\dot{\boldsymbol{\omega}} + \dot{\boldsymbol{K}}_c \tag{4.5}$$

şi ecuaţia (4.4) devine

$$J\dot{\boldsymbol{\omega}} + \dot{\boldsymbol{K}}_c + \boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{K} = \boldsymbol{u}_g + \boldsymbol{u}_p\,; \tag{4.6}$$

componenta $\boldsymbol{u}_k$ (vectorul momentelor de comandă) este exprimată prin suma momentelor giroscopice $\left(\dot{\boldsymbol{K}}_c + \boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{K}_c\right)$; implicit, $J\dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{u}_g + \boldsymbol{u}_p$; în continuare vor fi omise în calcule (fără a face abstracţie de ele) momentele perturbatoare $\boldsymbol{u}_g$ şi $\boldsymbol{u}_p$.

Matricele B_* la momentul t=0 se notează B_{*0}. Atunci, la momentul t

$$\begin{aligned} B_g &= B_{g0}\,, \\ B_s &= B_{s0}[\cos\boldsymbol{\gamma}]_d \pm B_{t0}[\sin\boldsymbol{\gamma}]_d\,, \\ B_t &= \mp B_{s0}[\sin\boldsymbol{\gamma}]_d + B_{t0}[\cos\boldsymbol{\gamma}]_d\,, \end{aligned} \tag{4.7}$$

unde $\cos\boldsymbol{\gamma} = [\cos\gamma_1 \quad \cos\gamma_2 \quad \dots \quad \cos\gamma_N]^T, \sin\boldsymbol{\gamma} = [\sin\gamma_1 \quad \sin\gamma_2 \quad \dots \quad \sin\gamma_N]^T$ şi $[x]_d$ – matrice diagonală $(N \times N)$,

$$[x]_d = \operatorname{diag}[x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_N], \tag{4.8}$$

cu $x = \cos\boldsymbol{\gamma}$ sau $\sin\boldsymbol{\gamma}$; semnele „de sus” corespund variantelor de cluster 1, 3 şi 4, iar cele „de jos” – variantaei 2. Matricea B_g diferă de la un cluster la altul.

Derivând (4.7) şi ţinând seama că $\dot{B}_g = 0$,

$$\begin{aligned} \dot{B}_s &= -B_{s0}[\sin\boldsymbol{\gamma}]_d[\dot{\gamma}]_d \pm B_{t0}[\cos\boldsymbol{\gamma}]_d[\dot{\gamma}]_d = \pm B_t[\dot{\gamma}]_d\,, \\ \dot{B}_t &= \mp B_{s0}[\cos\boldsymbol{\gamma}]_d[\dot{\gamma}]_d - B_{t0}[\sin\boldsymbol{\gamma}]_d[\dot{\gamma}]_d = \mp B_s[\dot{\gamma}]_d\,, \end{aligned} \tag{4.9}$$

şi

$$[\dot{\gamma}]_d\boldsymbol{\Omega} = [\boldsymbol{\Omega}]_d\dot{\boldsymbol{\gamma}}, \tag{4.10}$$

rezultă

$$\dot{\boldsymbol{K}}_c = B_s I_{rs}\dot{\boldsymbol{\Omega}} + \dot{B}_s I_{rs}\boldsymbol{\Omega} + B_g I_{cg}\ddot{\boldsymbol{\gamma}} \cong \pm B_t I_{rs}[\boldsymbol{\Omega}]_d\dot{\boldsymbol{\gamma}} + B_s I_{rs}\dot{\boldsymbol{\Omega}}; \tag{4.11}$$

s-a ţinut seama că

$$I_{rs} \cong \text{ct.}, I_{cg} \cong \text{ct.}, B_g I_{cg}\ddot{\boldsymbol{\gamma}} - \text{neglij.} \tag{4.12}$$

Cu (4.11), ecuaţia dinamicii S (4.6) devine

$$J\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{K} + C\dot{\boldsymbol{\gamma}} + D\dot{\boldsymbol{\Omega}} = 0 \Leftrightarrow J\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{K} = \boldsymbol{M}_c\,, \tag{4.13}$$

cu $\boldsymbol{K}$ de forma (4.3) şi

$$C = \pm B_t I_{rs}[\boldsymbol{\Omega}]_d\,, D = B_s I_{rs}\,. \tag{4.14}$$

4.2. SISTEME DE CONTROL AUTOMAT CU CLUSTERE PIRAMIDALE, CU VSCMG-URI, MODEL DE REFERINŢĂ ŞI LEGE DE CONTROL DE TIP P.D.

Se alege o funcţie Liapunov de forma

$$V = \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}_e^T J^{-1}\boldsymbol{\omega}_e + 2k_p \ln\left(1+\boldsymbol{q}_e^T\boldsymbol{q}_e\right), k_p > 0. \tag{4.15}$$

Legea de control asigură convergenţele $\boldsymbol{\omega}_e \to 0$ şi $\boldsymbol{q}_e \to 0$, când $t \to \infty$; $\boldsymbol{\omega}_e = \boldsymbol{\omega}_d - \boldsymbol{\omega}$ ($\boldsymbol{\omega}_d$ – viteza unghiulară de referinţă a S, dorită, exprimată faţă de triedrul inerţial) şi $\boldsymbol{q}_e = \begin{bmatrix} q_{e1} & q_{e2} & q_{e3}\end{bmatrix}^T$ – quaternionul erorii de atitudine, soluţie a ecuaţiei

$$\dot{\boldsymbol{q}}_e = F(\boldsymbol{q}_e)\boldsymbol{\omega}_e, \tag{4.16}$$

cu $F(\boldsymbol{q}_e)$ de forma [68]

$$\begin{gathered}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \frac{1}{2}\left\{I_{3\times3} + \boldsymbol{q}_e^{\times} + \boldsymbol{q}_e\boldsymbol{q}_e^{\boldsymbol{T}} - \frac{1}{2}\left[1+\boldsymbol{q}_e^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{q}_e\right]I_{3\times3}\right\},\\ \boldsymbol{q}_e^{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -q_{3e} & q_{2e}\\ q_{3e} & 0 & -q_{1e}\\ -q_{2e} & q_{1e} & 0\end{bmatrix}.\end{gathered} \tag{4.17}$$

Derivând funcţia Liapunov în raport cu timpul şi, impunând ca $\dot{V} = -k_d\boldsymbol{\omega}_e^T\boldsymbol{\omega}_e$, cu k_d>0, se obţine

$$\dot{V} = \boldsymbol{\omega}_e^T J\dot{\boldsymbol{\omega}}_e + k_p\boldsymbol{\omega}_e^T\boldsymbol{q}_e = -k_d\boldsymbol{\omega}_e^T\boldsymbol{\omega}_e \le 0, \tag{4.18}$$

echivalentă cu inecuaţia

$$-\boldsymbol{\omega}_e^T\left(J\dot{\boldsymbol{\omega}}_e + k_d\boldsymbol{\omega}_e + k_p\boldsymbol{q}_e\right) \le 0, \tag{4.19}$$

care exprimă condiţia ca sistemul în circuit închis să fie global asimptotic stabil. Din ecuaţia

$$J\dot{\boldsymbol{\omega}}_e + k_d\boldsymbol{\omega}_e + k_p\boldsymbol{q}_e = 0 \tag{4.20}$$

se exprimă $J\dot{\boldsymbol{\omega}}_e$, care se înlocuieşte apoi în (4.13) ; rezultă ecuaţia

$$J\dot{\boldsymbol{\omega}}_d + k_d\boldsymbol{\omega}_e + k_p\boldsymbol{q}_e + \boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{K} + C\dot{\boldsymbol{\gamma}} + D\dot{\boldsymbol{\Omega}} = 0. \tag{4.21}$$

Din (4.13) se exprimă momentul de comandă

$$\boldsymbol{M}_c = -\left(C\dot{\boldsymbol{\gamma}} + D\dot{\boldsymbol{\Omega}}\right) = -\begin{bmatrix} C & D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{\gamma}} & \dot{\boldsymbol{\Omega}}\end{bmatrix}^T, \tag{4.22}$$

respectiv din (4.21)

$$\boldsymbol{M}_c = J\dot{\boldsymbol{\omega}}_d + k_d\boldsymbol{\omega}_e + k_p\boldsymbol{q}_e + \boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{K}. \tag{4.23}$$

Notând cu

$$\boldsymbol{u}_c = \begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{\gamma}} & \dot{\boldsymbol{\Omega}}\end{bmatrix}^T, \tag{4.24}$$

rezultă

$$\boldsymbol{u}_c = -\begin{bmatrix} C & D\end{bmatrix}^{+}\boldsymbol{M}_c = -Q^{+}\boldsymbol{M}_c, \tag{4.25}$$

cu $Q_{(3\times 2N)} = \left[C_{(3\times N)} \quad D_{3\times N}\right], Q^{+}$ – pseudoinversa matricei Q şi $\boldsymbol{M}_c$ de forma (4.23). Pseudo-inversa se calculează cu formula [8]

$$Q^{+} = Q^{T}\left(QQ^{T} + \lambda \mathrm{E}\right)^{-1}, \tag{4.26}$$

cu

$$\mathrm{E} = \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_3 & \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 & 1 & \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 1 \end{bmatrix}; \varepsilon_i = 0.01 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \Phi_i\right), i = \overline{1,3}; \lambda = 0.01 \exp\left[-10 \det\left(QQ^{T}\right)\right]; \tag{4.27}$$

$\Phi_1 = 0, \Phi_2 = \dfrac{\pi}{2}, \Phi_3 = \pi$.

În fig. 4.1 este prezentată structura sistemului de control automat al atitudinii S, folosind un cluster piramidal cu N VSCMG-uri, model de referinţă şi lege de control de tip P.D.

Precizăm faptul că asupra S se acţionează prin vectorul moment cinetic $\boldsymbol{K}_c$ al clusterului. Prin urmare, în absenţa acestuia, momentul de comandă a S este nul şi, implicit, ecuaţia satelitului devine

$$\dot{\boldsymbol{K}} = -\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{K}, \tag{4.28}$$

cu

$$\boldsymbol{\omega}^{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{4.29}$$

Ecuaţiile diferenţiale ale quaternionilor sunt

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{q}} &= -\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{q} + \frac{1}{2}q_4\boldsymbol{\omega}, \\ \dot{q}_4 &= -\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}^{T}\boldsymbol{q}, \end{aligned} \tag{4.30}$$

iar relaţiile de calcul al unghiurilor de atitudine ale S sunt

$$\begin{aligned} \theta &= \operatorname{arctg}\frac{2(q_1q_3 + q_2q_4)}{-q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2}, \\ \varphi &= \arcsin\left[2(q_1q_4 - q_2q_3)\right], \\ \psi &= \operatorname{arctg}\frac{2(q_1q_2 + q_3q_4)}{-q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2}. \end{aligned} \tag{4.31}$$

Modelul Matlab/Simulink al sistemului din fig. 4.1 este dat în fig. 4.2.a; acesta conţine şapte subsisteme: „Subsistem omega_x” – fig. 4.2.b, „Subsistem q şi q4” – fig. 4.2.c, „Model referinta” – fig. 4.2.d, „Subsistem F(qe)” – fig. 4.2.e, „Subsistem E, Q_pinv” – fig. 4.2.f, „Subsistem J” – fig. 4.2.g, „Subsistem matrice Q, Bs, Bt” – fig. 4.2.h; subsistemul din fig. 4.2.f („Subsistem E, Q_pinv”) are, la rândul său, un subsistem – „Determinant” (fig. 4.2.i). În fig. 4.3 sunt reprezentate caracteristicile de timp ale sistemului din fig. 4.1 – varianta 1 de cluster, în fig. 4.4 – caracteristicile de timp ale sistemului din fig. 4.1 – varianta 2 de cluster, în fig. 4.5 – caracteristicile de timp ale sistemului din fig. 4.1 – varianta 3 de cluster, iar în fig. 4.6 – caracteristicile de timp ale sistemului din fig. 4.1 – varianta 4 de cluster Pentru obţinerea acestor caracteristici s-a conceput şi utilizat programul Matlab din anexa A4.1 (varianta 1 de cluster).

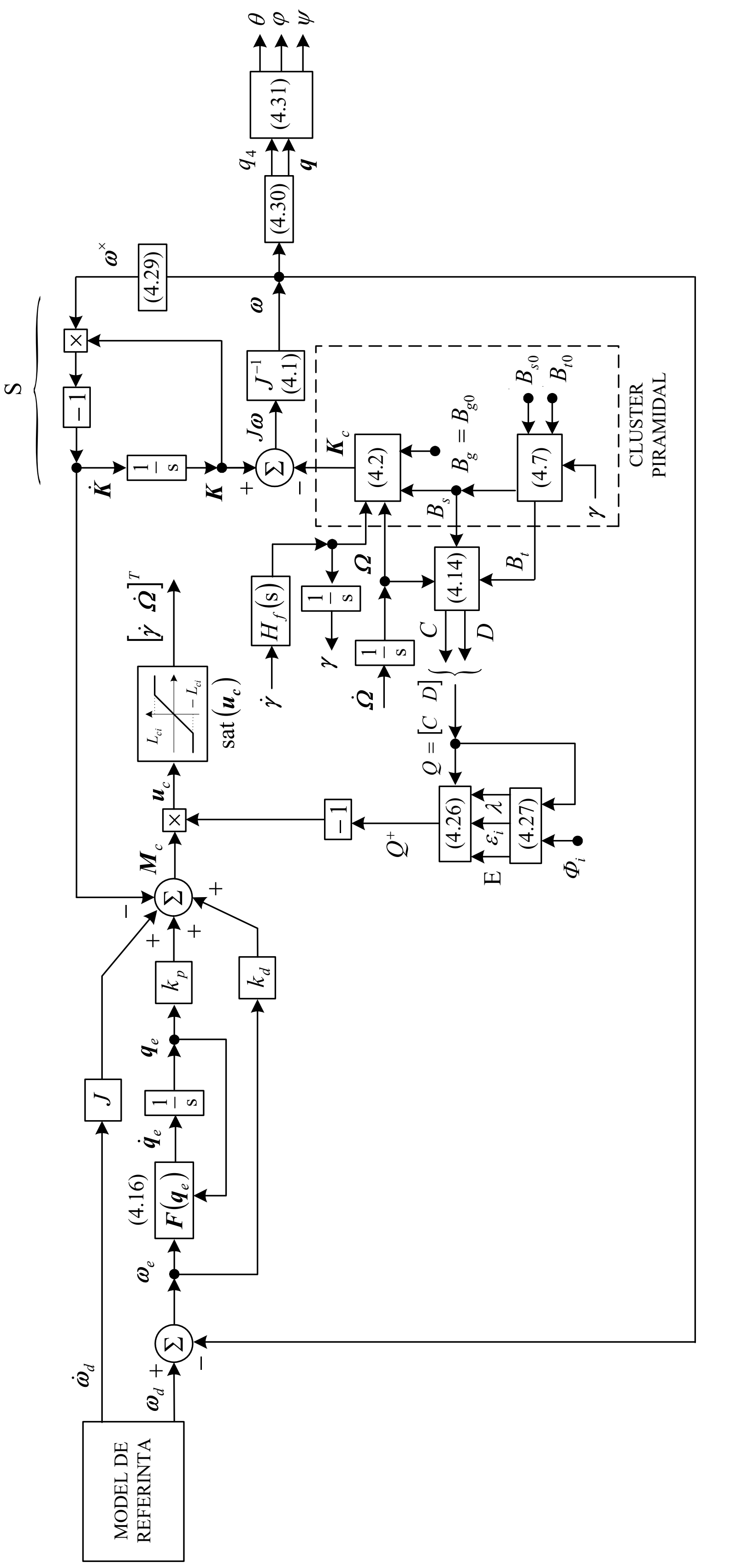


Fig. 4.1. Structura sistemului de control automat al atitudinii S, folosind un cluster piramidal cu N VSCMG-uri, model de referință şi lege de control de tip P.D.

Pentru controlul atitudinii S şi al energiei stocate în cele N VSCMG-uri, legea de control se modifică prin modificarea matricei Q. Energia cinetică totală a celor N VSCMG-uri este

$$E_c = \frac{1}{2}\boldsymbol{\Omega}^T I_{rs}\boldsymbol{\Omega}, \tag{4.32}$$

iar puterea stocată de acestea

$$P=\frac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{\Omega}^T I_{rs}\dot{\boldsymbol{\Omega}}=\begin{bmatrix}0_{1\times N} & \Omega^T I_{rs}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{\gamma}} & \dot{\boldsymbol{\Omega}}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0_{1\times N} & \boldsymbol{\Omega}^T I_{rs}\end{bmatrix}\boldsymbol{u}_c\,. \qquad (4.33)$$

Reunind această ecuaţie cu ecuaţia (4.25), se obţine următoarea

$$\boldsymbol{u}_c=-Q^+\boldsymbol{M}_{cp}\,,\boldsymbol{M}_{cp}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{M}_c^T & P\end{bmatrix}^T, \qquad (4.34)$$

cu $\boldsymbol{M}_c$ de forma (4.23) şi P de forma (4.33), iar Q de forma

$$Q_{(4\times 2N)}=\begin{bmatrix}C_{(3\times N)} & D_{(3\times N)}\\ 0_{(1\times N)} & -\left(\boldsymbol{\Omega}^T I_{rs}\right)_{(1\times N)}\end{bmatrix}. \qquad (4.35)$$

Pseudoinversa Q^+ se calculează cu formula

$$Q^+=\left(Q^TQ\right)^{-1}Q^T\,. \qquad (4.36)$$

Dacă $\operatorname{rang}Q=4$, atunci ecuaţia

$$Q\boldsymbol{u}_c=-\boldsymbol{M}_{cp} \qquad (4.37)$$

are o infinitate de soluţii şi soluţia cu normă minimă poate fi calculată cu (4.34). Dacă $\operatorname{rang}C=3$, atunci $\operatorname{rang}Q=4$. Dacă $\operatorname{rang}C=2$, atunci matricea Q poate avea deficienţă de rang şi, prin urmare, nu poate exista o soluţie exactă a ecuaţiei (4.37) atât timp cât $\operatorname{rang}\boldsymbol{M}_{cp}\neq\operatorname{rang}Q$. Deci, soluţia este aproximativă şi se calculează cu (4.34). Cu toate că deficienţa de rang a matricei C poate fi redusă folosind mai multe VSCMG-uri, rămâne totuşi posibilitatea apariţiei unei singularităţi. În plus, dacă soluţia ecuaţiei (4.37) este folosită pentru control, atunci aceasta tinde să aducă cadrele giroscopice în poziţii potrivit cărora apar deficienţe de rang. Dar, soluţia cu normă minimă tinde să controleze cadrele giroscopice astfel încât acestea să se orienteze în poziţii depărtate de cele care creează dificultăţi de rang. O soluţie cu normă minimă este cea care minimizează indicatorul de performanţă [82]

$$J_1=\frac{1}{2}\boldsymbol{u}_c^TW^{-1}\boldsymbol{u}_c\,, \qquad (4.38)$$

cu

$$W=\begin{bmatrix}w_1e^{-w_2k}I_{N\times N} & 0_{N\times N}\\ 0_{N\times N} & I_{N\times N}\end{bmatrix}, \qquad (4.39)$$

unde $I_{N\times N}$ este matricea unitate, w_1 şi w_2- constante pozitive şi $k-$ raportul între cea mai mare şi cea mai mică valoare singulară a matricei C. Cu acestea, soluţia cu normă minimă a ecuaţiei (4.37) este

$$\boldsymbol{u}_c=-WQ^T\left(QWQ^T\right)^{-1}\boldsymbol{M}_{cp} \qquad (4.40)$$

dacă $\operatorname{rang}Q=4$; în caz contrar, comanda uc se calculează cu formula

$$\boldsymbol{u}_c=-W^{\frac{1}{2}}\left(QW^{\frac{1}{2}}\right)^+\boldsymbol{M}_{cp}\,. \qquad (4.41)$$

Caracteristicile de timp ale sistemului de control automat al atitudinii S şi al energiei totale stocate în cele N VSCMG-uri ale clusterului piramidal sunt date în fig. 4.8, 4.9. 4.10 şi 4.11 (variantele 1, 2, 3 şi 4 de cluster); acestea au fost obţinute cu modelul Matlab/Simulink din fig. 4.7.a şi cu ecuaţiile (4.33), (4.34) şi (4.35).

Dacă viteza unghiulară a unei roţi giroscopice scade prea mult, atunci rotaţia cadrului giroscopic nu poate genera cuplul giroscopic necesar, iar celelalte sisteme giroscopice nu pot suplini respectivul sistem giroscopic, astfel că nu se poate realiza o bună stabilizare a atitudinii S şi stocare a energiei. În cazul în care viteza unghiulară a unei roţi giroscopice creşte prea mult, se poate ajunge la valoarea ei de saturaţie, iar desaturarea necesită scăderea tracţiunii, care se face cu consum de combustibil. Pentru evitarea acestor fenomene, se impune egalizarea vitezelor unghiulare ale roţilor giroscopice.

Notând cu $\Omega_1, \Omega_2, \ldots, \Omega_N -$ vitezele unghiulare de rotaţie proprie ale giroscoapelor (vitezele unghiulare ale roţilor giroscopice) şi cu $\overline{\boldsymbol{\Omega}} -$ media acestora, respectiv cu $\boldsymbol{\Omega}_e -$ vectorul abaterilor vitezelor unghiulare $\Omega_i, i = \overline{1, N}$, faţă de $\overline{\boldsymbol{\Omega}}$, adică

$$\overline{\boldsymbol{\Omega}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{\Omega}_i \,, \boldsymbol{\Omega}_e = \boldsymbol{\Omega} - \overline{\boldsymbol{\Omega}}\,\mathbf{1}_{N\times 1}\,, \tag{4.42}$$

cu $\mathbf{1}_{N\times 1} -$ vectorul $(N \times 1)$ care are toate elementele egale cu 1, se poate exprima indicatorul [82]

$$J_2(\boldsymbol{\Omega}) = J_2(\Omega_1, \Omega_2, \ldots, \Omega_N) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\left(\Omega_i - \overline{\boldsymbol{\Omega}}\right)^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\Omega_{ei}^2 = \frac{1}{2}\boldsymbol{\Omega}_e^T\boldsymbol{\Omega}_e\,. \tag{4.43}$$

Derivata în raport cu timpul a lui J_2 este

$$\frac{\mathrm{d}J_2(\boldsymbol{\Omega})}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial J_2}{\partial \boldsymbol{\Omega}}\dot{\boldsymbol{\Omega}} = \sum_{i=1}^{N}\frac{\partial J_2}{\partial \Omega_i}\dot{\Omega}_i = (\mathrm{grad}\, J_2)\dot{\boldsymbol{\Omega}} = \nabla J_2\dot{\boldsymbol{\Omega}} = \boldsymbol{\Omega}_e^T\dot{\boldsymbol{\Omega}}\,. \tag{4.44}$$

Pentru egalizarea vitezelor unghiulare ale roţilor giroscopice, se poate impune o evoluţie aperiodică a criteriului $J_2(\boldsymbol{\Omega})$, adică

$$\frac{\mathrm{d}J_2(\boldsymbol{\Omega})}{\mathrm{d}t} = -k_2 J_2(\boldsymbol{\Omega}) = -\frac{k_2}{2}\boldsymbol{\Omega}_e^T\boldsymbol{\Omega}_e \,, k_2 > 0\,. \tag{4.45}$$

Eliminând $\frac{\mathrm{d}J_2}{\mathrm{d}t}$ între ecuaţiile (4.44) şi (4.45), se obţine ecuaţia $\boldsymbol{\Omega}_e^T\dot{\boldsymbol{\Omega}} = -\frac{k_2}{2}\boldsymbol{\Omega}_e^T\boldsymbol{\Omega}_e$ sau $\dot{\boldsymbol{\Omega}} = -\frac{k_2}{2}\boldsymbol{\Omega}_e$, echivalentă cu următoarea: $\dot{\boldsymbol{\Omega}} + \frac{k}{2}\boldsymbol{\Omega} = \overline{\boldsymbol{\Omega}}\,\mathbf{1}_{N\times 1}$; deci, $\boldsymbol{\Omega}$ tinde aperiodic către media sa $\overline{\boldsymbol{\Omega}}\,\mathbf{1}_{N\times 1}$.

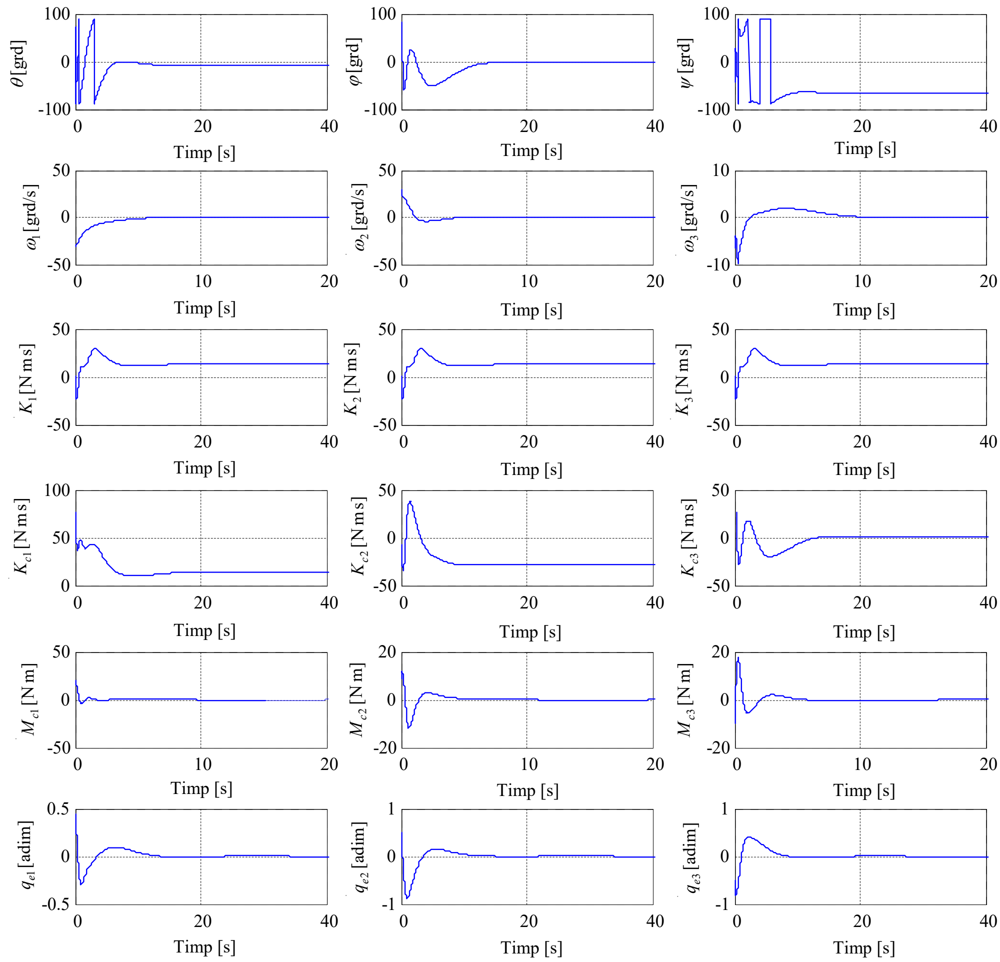
Cumulând controlul atitudinii S şi puterii VSCMG cu controlul egalizării vitezelor unghiulare ale roţilor giroscopice, matricea (4.35) devine

$$Q_{(5\times 2N)} = \begin{bmatrix} C_{(3\times N)} & D_{(3\times N)} \\ 0_{(1\times N)} & -\left(\boldsymbol{\Omega}^T I_{rs}\right)_{(1\times N)} \\ 0_{(1\times N)} & \boldsymbol{\Omega}_e^T \end{bmatrix}, \tag{4.46}$$

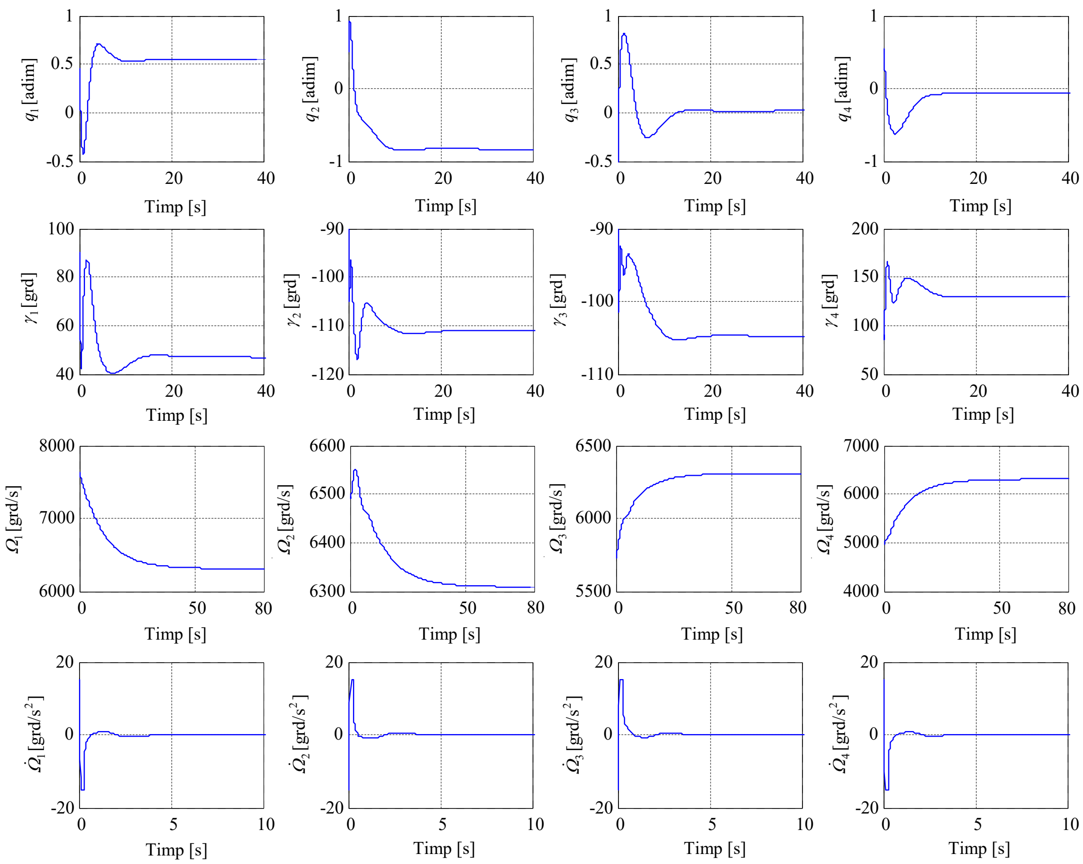
cu $\boldsymbol{\Omega}_e$ de forma (4.42). Legea de control este de forma

$$\boldsymbol{u}_c = -Q^{+}\boldsymbol{M}_{cp}\,, \boldsymbol{M}_{cp} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{M}_c^T & P & \frac{k_2}{2}\boldsymbol{\Omega}_e^T\boldsymbol{\Omega}_e \end{bmatrix}^T; \tag{4.47}$$

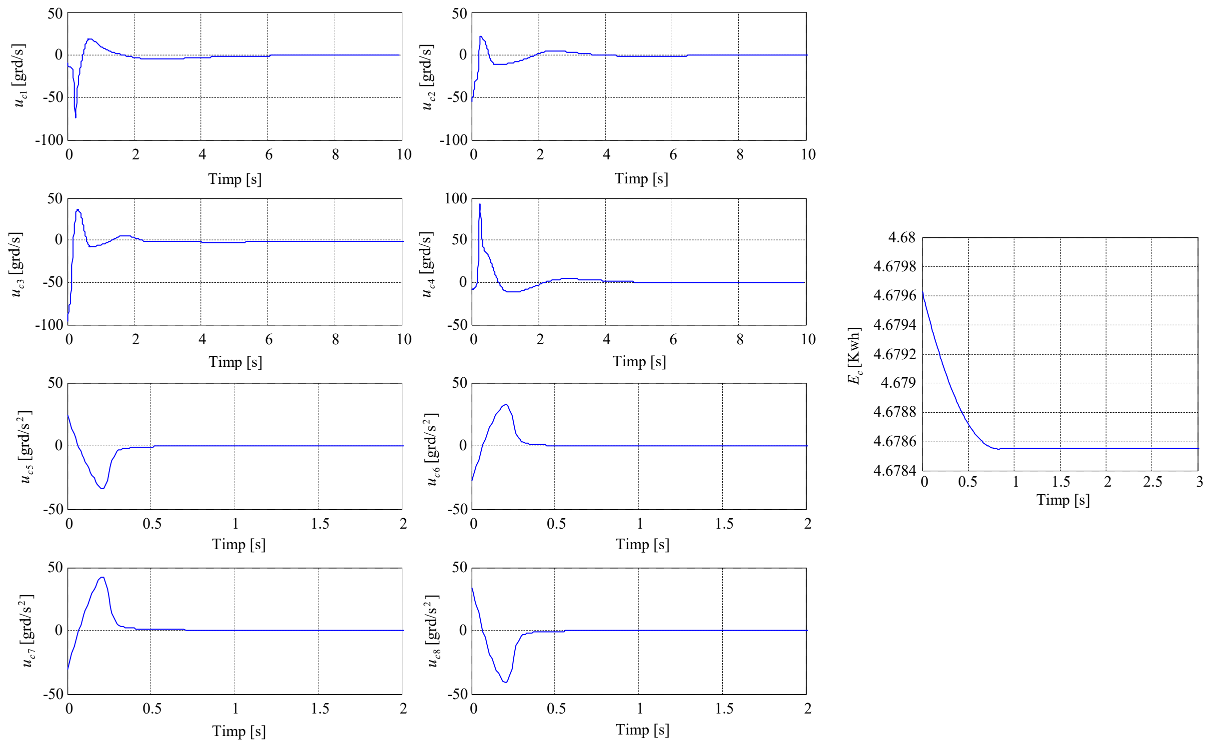
$\boldsymbol{u}_c$ se calculează cu (4.40) sau (4.41).


θ [grd]
φ [grd]
ψ [grd]
ω1 [grd/s]
ω2 [grd/s]
ω3 [grd/s]
K1 [N m s]
K2 [N m s]
K3 [N m s]
Kc1 [N m s]
Kc2 [N m s]
Kc3 [N m s]
Mc1 [N m]
Mc2 [N m]
Mc3 [N m]
qe1 [adim]
qe2 [adim]
qe3 [adim]
Timp [s]

a.


q1 [adim]
q2 [adim]
q3 [adim]
q4 [adim]
γ1 [grd]
γ2 [grd]
γ3 [grd]
γ4 [grd]
Ω1 [grd/s]
Ω2 [grd/s]
Ω3 [grd/s]
Ω4 [grd/s]
Ω̇1 [grd/s2]
Ω̇2 [grd/s2]
Ω̇3 [grd/s2]
Ω̇4 [grd/s2]
Timp [s]

b.



c.

Fig. 4.16. Caracteristicile de timp ale sistemului din fig. 4.1 de control automat al atitudinii S şi al energiei stocate în cele *N* VSCMG-uri, cu egalizarea vitezelor unghiulare ale rotoarelor giroscopice (varianta 4 de cluster)

4.3. SISTEME DE CONTROL ADAPTIV CU CLUSTERE PIRAMIDALE, CU VSCMG-URI FOLOSIND ESTIMATELE MATRICELOR MOMENTELOR DE INERŢIE ŞI DE AMORTIZARE DINAMICĂ

Legea de control se bazează pe estimarea matricelor momentelor de inerţie ale S. Fie vectorul a constituit din elementele matricei J, şi $\hat{a}-$ estimatul vectorului a

$$\begin{aligned} a &= \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix}^T, \\ \hat{a} &= \begin{bmatrix} \hat{J}_{11} & \hat{J}_{12} & \hat{J}_{13} & \hat{J}_{21} & \hat{J}_{22} & \hat{J}_{23} & \hat{J}_{31} & \hat{J}_{32} & \hat{J}_{33} \end{bmatrix}^T. \end{aligned} \tag{4.49}$$

Dinamica S este descrisă de ecuaţia (4.13), cu $\boldsymbol{\omega}-$ soluţie a ecuaţiei

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\omega}; \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{F}^{-1}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}. \tag{4.50}$$

$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q})$ are forma [68]

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) &= \frac{1}{2}\left\{ I_{3\times 3} + \boldsymbol{q}^{\times} + \boldsymbol{q}\boldsymbol{q}^{T} - \frac{1}{2}\left[1 + \boldsymbol{q}^{T}\boldsymbol{q}\right] I_{3\times 3} \right\}, \\ \boldsymbol{q}^{\times} &= \begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{4.51}$$

Prin derivarea primei forme a ecuaţiei (4.50) în raport cu timpul, se obţine ecuaţia

$$\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{\omega}} + \dot{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\boldsymbol{\omega}, \tag{4.52}$$

echivalentă cu următoarea

$$J\boldsymbol{F}^{-1}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} = J\dot{\boldsymbol{\omega}} + J\boldsymbol{F}^{-1}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\boldsymbol{\omega} \tag{4.53}$$

sau, cu $J\dot{\omega}$ din (4.13),

$$JF^{-1}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} = -\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{K} - C\dot{\boldsymbol{\gamma}} - D\dot{\boldsymbol{\Omega}} + J\dot{\boldsymbol{F}}^{-1}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\boldsymbol{\omega}, \tag{4.54}$$

respectiv, după înmulţirea acestei ecuaţii la stânga cu $\left(\boldsymbol{F}^{-1}\right)^{T}$ [82]

$$M(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + N(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} = G, \tag{4.55}$$

cu notaţiile

$$M(\boldsymbol{q}) = \left(\boldsymbol{F}^{-1}(\boldsymbol{q})\right)^{T} J\boldsymbol{F}^{-1}(\boldsymbol{q}), \tag{4.56}$$

$$N(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) = -\left(\boldsymbol{F}^{-1}(\boldsymbol{q})\right)^{T} J\boldsymbol{F}^{-1}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\boldsymbol{F}^{-1}(\boldsymbol{q}), \tag{4.57}$$

$$G = -\left(\boldsymbol{F}^{-1}(\boldsymbol{q})\right)^{T}\left[\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{K} + C\dot{\boldsymbol{\gamma}} + D\dot{\boldsymbol{\Omega}}\right]. \tag{4.58}$$

Funcţia $\dot{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$ se obţine prin derivarea relaţiei (4.51);

$$\dot{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) = \frac{1}{2}\left(\dot{\boldsymbol{q}}^{\times} + \dot{\boldsymbol{q}}\boldsymbol{q}^{T} + \boldsymbol{q}\dot{\boldsymbol{q}}^{T} - \dot{\boldsymbol{q}}^{T}\boldsymbol{q}I_{3\times 3}\right). \tag{4.59}$$

Fie

$$\widetilde{a} = \hat{a} - a, \widetilde{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{q}_d - \boldsymbol{q}, \tag{4.60}$$

unde $\boldsymbol{q}_d$ este vectorul quaternion dorit. Fie, de asemenea, vectorul

$$g = \dot{\widetilde{\boldsymbol{q}}} + \lambda\widetilde{\boldsymbol{q}} = \dot{\boldsymbol{q}}_r - \dot{\boldsymbol{q}}, \dot{\boldsymbol{q}}_r = \dot{\boldsymbol{q}}_d + \lambda\widetilde{\boldsymbol{q}}, \lambda > 0. \tag{4.61}$$

Se alege funcţia Liapunov [82]

$$V_a = \frac{1}{2}g^{T}M(\boldsymbol{q})g + \frac{1}{2}\widetilde{a}^{T}\Gamma^{-1}\widetilde{a}, \tag{4.62}$$

cu $\Gamma -$ matrice diagonală (9×9) constantă strict pozitivă. Derivata în raport cu timpul a acestei funcţii este

$$\begin{aligned}\dot{V}_a &= g^{T}M(\boldsymbol{q})\dot{g} + \dot{\widetilde{a}}^{T}\Gamma^{-1}\widetilde{a} = -g^{T}M(\boldsymbol{q})(\ddot{\boldsymbol{q}} - \ddot{\boldsymbol{q}}_r) + \dot{\widetilde{a}}^{T}\Gamma^{-1}\widetilde{a} \overset{(4.55)}{=} \\ &\overset{(4.55)}{=} -g^{T}\left[G - M(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}}_r - N(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}}_r\right] + \dot{\widetilde{a}}^{T}\Gamma^{-1}\widetilde{a}.\end{aligned} \tag{4.63}$$

Se alege G de forma

$$G = \hat{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}}_r + \hat{N}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}}_r + k_p g, k_p = \text{const} > 0, \tag{4.64}$$

cu $\hat{M}(\boldsymbol{q})$ şi $\hat{N}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) -$ estimatele matricelor $M(\boldsymbol{q})$ şi, respectiv, $N(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$. Cu acestea, relaţia (4.63) devine

$$\dot{V}_a = -g^{T}\left[\widetilde{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}}_r + \widetilde{N}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}}_r + k_p g\right] + \dot{\widetilde{a}}^{T}\Gamma^{-1}\widetilde{a}, \tag{4.65}$$

în care

$$\widetilde{M}(\boldsymbol{q}) = \hat{M}(\boldsymbol{q}) - M(\boldsymbol{q}) \tag{4.66}$$

şi

$$\widetilde{N}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) = \hat{N}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) - N(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) \tag{4.67}$$

sunt abaterile matricelor estimate faţă de cele calculate.

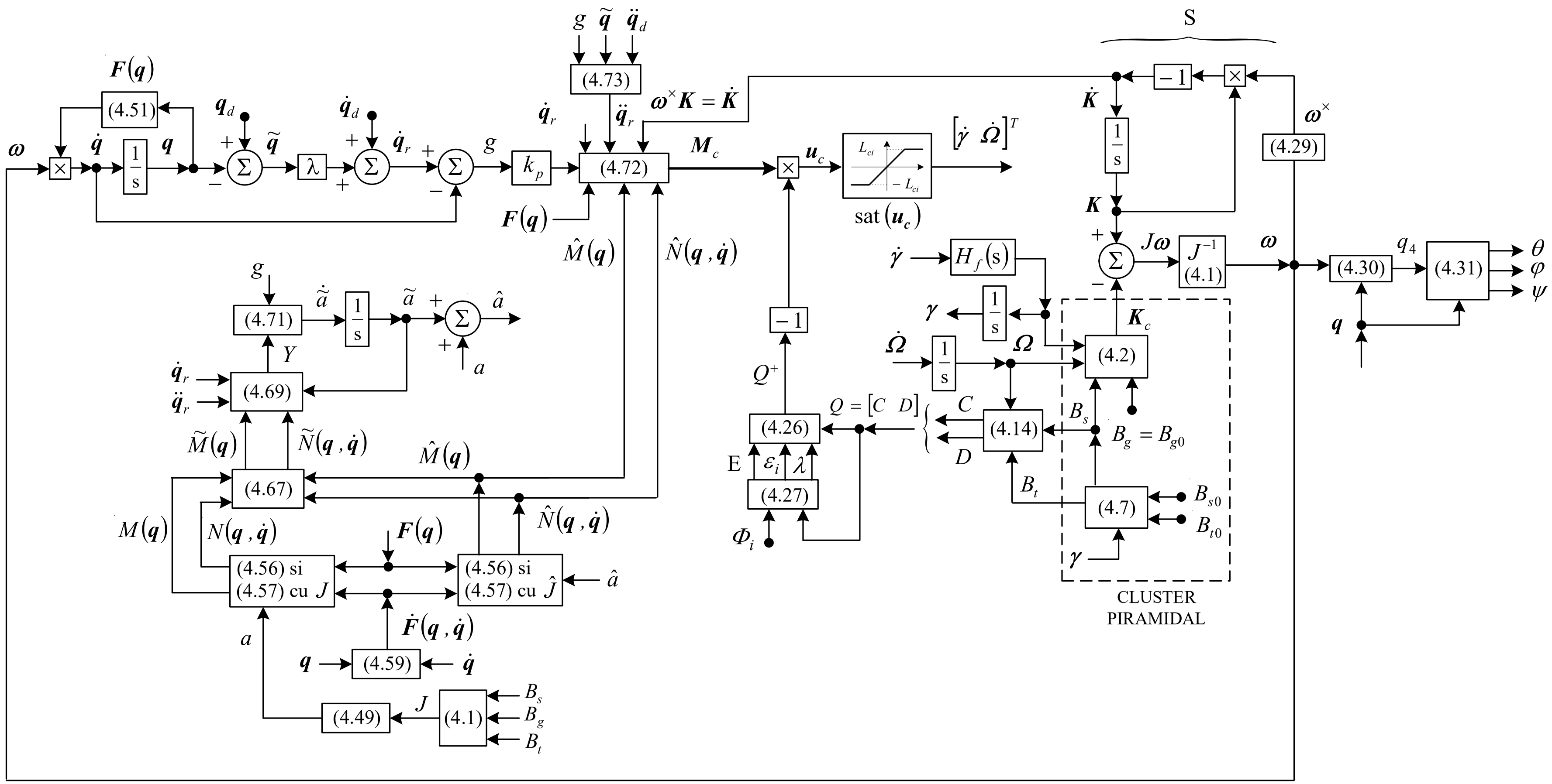
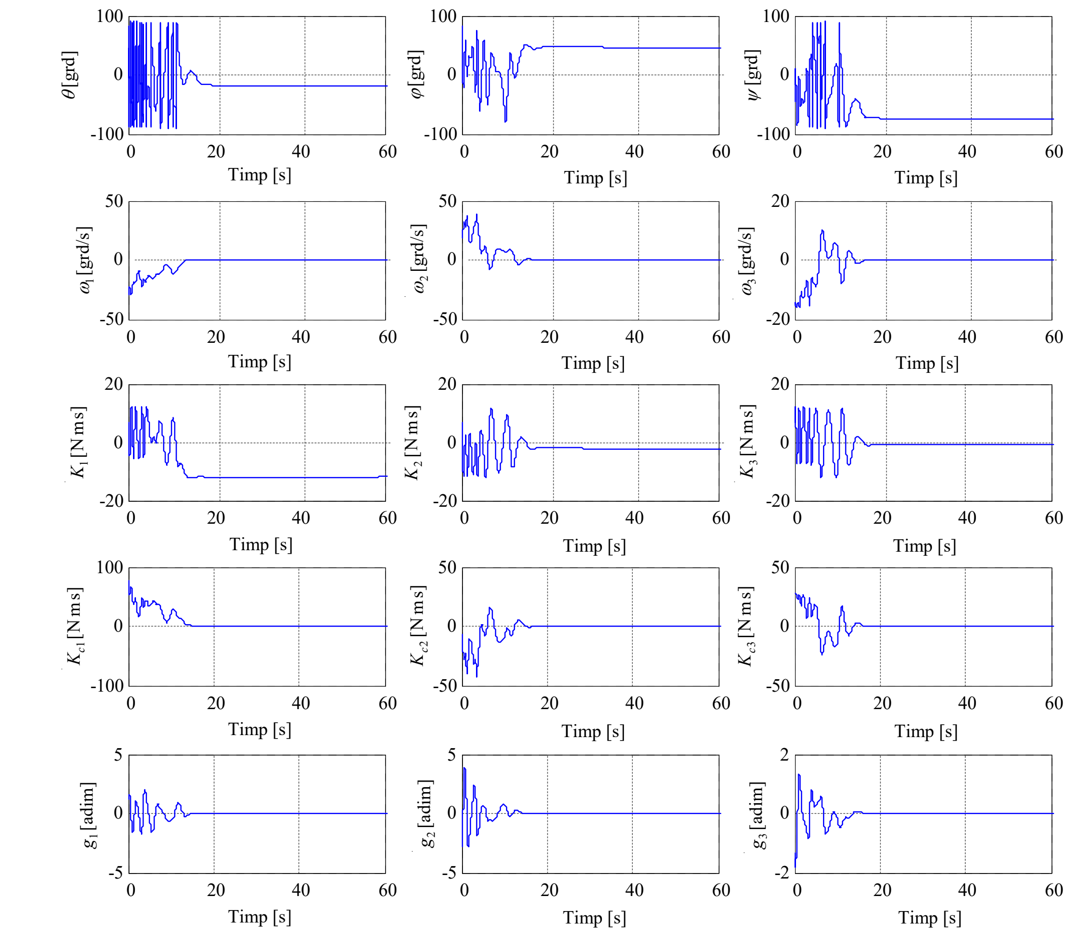
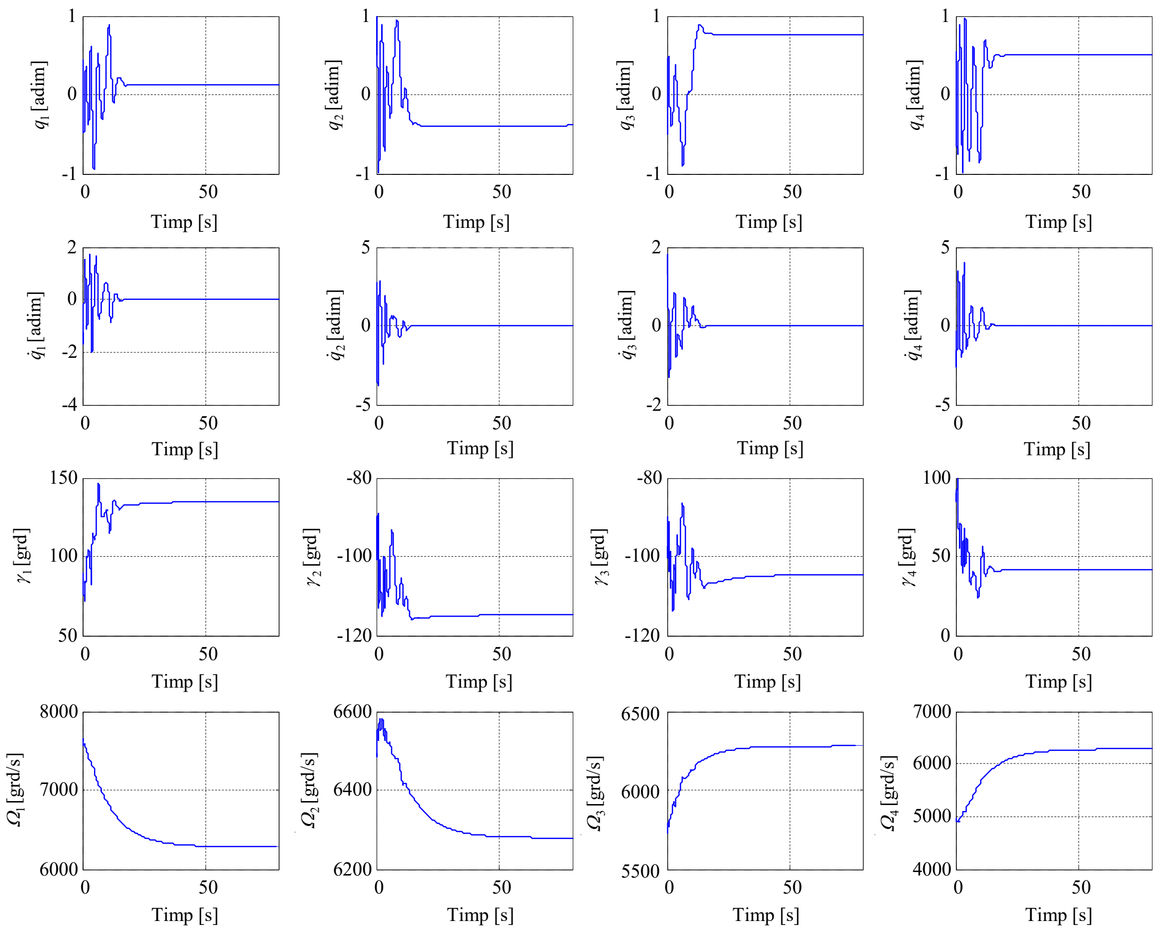


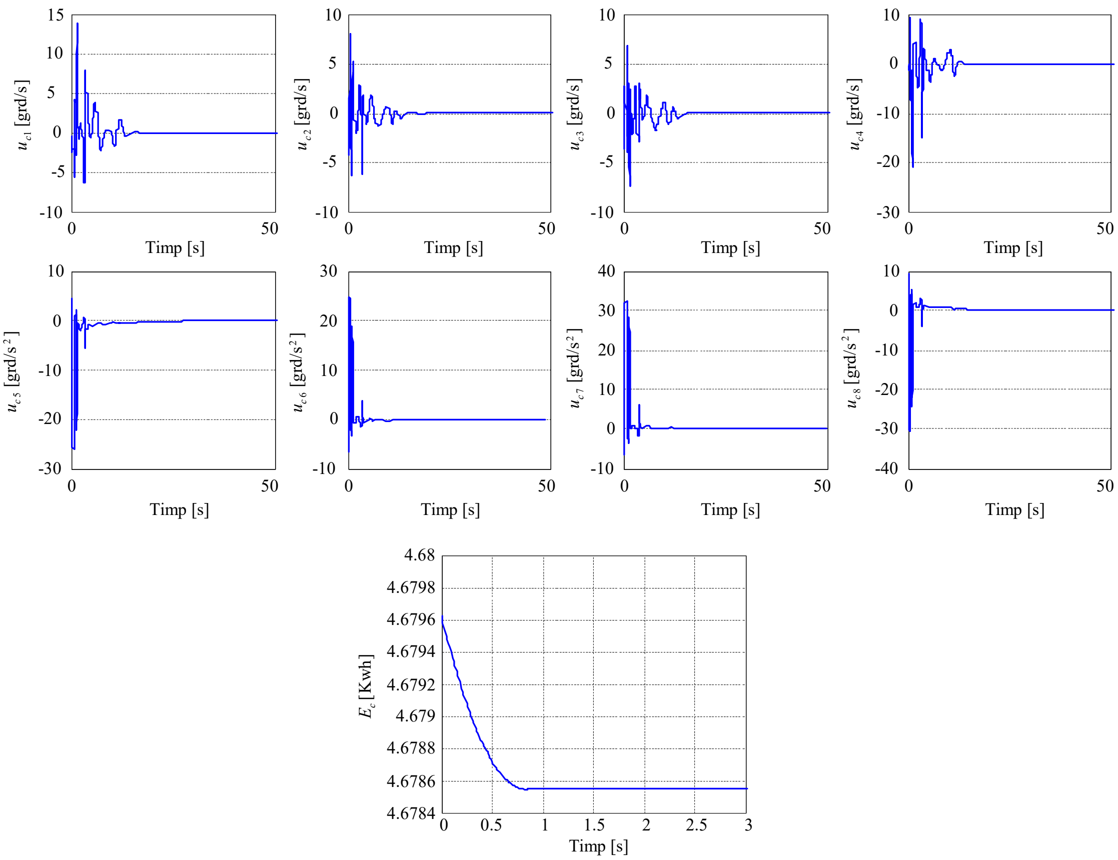
Fig. 4.17. Structura sistemului de control adaptiv al atitudinii S cu cluster piramidal cu VSCMG- uri, folosind estimatele $\hat{M}(\boldsymbol{q})$ şi $\hat{N}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})$


θ [grd]
φ [grd]
ψ [grd]
ω1 [grd/s]
ω2 [grd/s]
ω3 [grd/s]
K1 [N m s]
K2 [N m s]
K3 [N m s]
Kc1 [N m s]
Kc2 [N m s]
Kc3 [N m s]
g1 [adim]
g2 [adim]
g3 [adim]
Timp [s]

a.


q1 [adim]
q2 [adim]
q3 [adim]
q4 [adim]
q̇1 [adim]
q̇2 [adim]
q̇3 [adim]
q̇4 [adim]
γ1 [grd]
γ2 [grd]
γ3 [grd]
γ4 [grd]
Ω1 [grd/s]
Ω2 [grd/s]
Ω3 [grd/s]
Ω4 [grd/s]
Timp [s]

b.



c.

Fig. 4.32. Caracteristicile de timp ale sistemului de control al atitudinii S şi al energiei stocate în cele N VSCMG-uri, cu egalizarea vitezelor unghiulare ale rotoarelor giroscopice (varianta 4)

Caracteristicile de timp ale sistemului din fig. 4.17 de control al atitudinii S şi al energiei stocate în cele N VSCMG-uri ale clusterului piramidal, cu egalizarea vitezelor unghiulare ale rotoarelor giroscopice, sunt date în fig. 4.29, 4.30, 4.31 şi 4.32 (variantele 1, 2, 3 şi, respectiv, 4 de cluster). $\boldsymbol{u}_c$ se calculează cu (4.40) sau (4.41), cu $\boldsymbol{M}_{cp}$ de forma (4.47) şi Q este de forma (4.46).

4.4. SISTEME DE CONTROL ADAPTIV FOLOSIND CLUSTERE PIRAMIDALE CU VSCMG-URI, BAZATE PE UTILIZAREA METODEI INVERSĂRII DINAMICE ŞI A REŢELELOR NEURONALE

Se proiectează o lege de control $\hat{\boldsymbol{v}} = \hat{\boldsymbol{M}}_c$, ce include o componentă adaptivă care va fi furnizată de o reţea neuronală NN_c (vezi fig. 4.33); reţeaua neuronală modelează o funcţie de valori ale intrării $\hat{\boldsymbol{v}}$ şi ieşirii $\boldsymbol{y}$ la diferite momente de timp, astfel încât $\boldsymbol{y}(t)$ să urmărească $\boldsymbol{y}_d(t)-$ mărginită; $\boldsymbol{y}_d(t)$ trebuie să fie derivabilă în raport cu timpul de r ori;

$$\hat{\boldsymbol{v}} = \hat{\boldsymbol{h}}_r(\hat{\boldsymbol{u}}_c, \boldsymbol{y}), \tag{4.80}$$

unde $\hat{\boldsymbol{h}}_r(\hat{\boldsymbol{u}}_c, \boldsymbol{y})$ reprezintă cea mai bună aproximare a funcţiei $\boldsymbol{h}_r(\boldsymbol{u}_c, \boldsymbol{x}) = \boldsymbol{h}_r(\boldsymbol{u}_c, \boldsymbol{x}(\boldsymbol{y})) =$ $= \boldsymbol{h}_r(\boldsymbol{u}_c, \boldsymbol{y})$. Drept urmare,

$$\boldsymbol{u}_c = \boldsymbol{h}_r^{-1}(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{y}) = \boldsymbol{h}_r^{-1}(\boldsymbol{M}_c, \boldsymbol{y}), \hat{\boldsymbol{u}}_c = \hat{\boldsymbol{h}}_r^{-1}(\hat{\boldsymbol{v}}, \boldsymbol{y}) = \hat{\boldsymbol{h}}_r^{-1}(\hat{\boldsymbol{M}}_c, \boldsymbol{y}). \tag{4.81}$$

Dacă $\hat{\boldsymbol{h}}_r = \boldsymbol{h}_r$, atunci, conform (4.78) şi (4.80),

$$\boldsymbol{y}^{(r)} = \boldsymbol{v} = \hat{\boldsymbol{v}}, \boldsymbol{y}^{(r)} = \boldsymbol{M}_c = \hat{\boldsymbol{M}}_c; \tag{4.82}$$

în caz contrar,

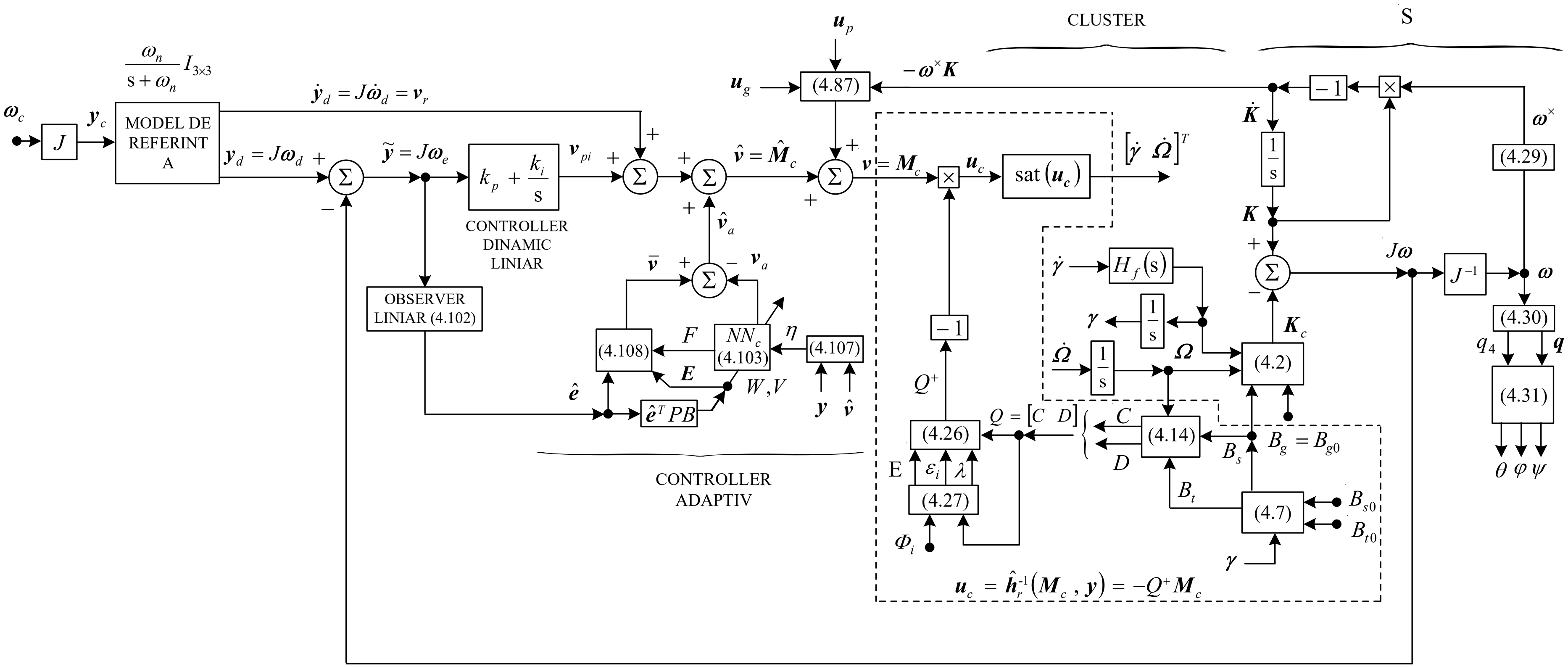


Fig. 4.34. Structura sistemului de control adaptiv al atitudinii S, bazat pe utilizarea metodei invers arii dinamice si a retelelor neuronale, folosind clustere piramidale cu VSCMG-uri

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y}^{(r)} &= \boldsymbol{v} = \hat{\boldsymbol{v}} + \varepsilon, \\ \boldsymbol{y}^{(r)} &= \boldsymbol{M}_c = \hat{\boldsymbol{M}}_c + \varepsilon, \end{aligned} \tag{4.83}$$

unde

$$\varepsilon = \varepsilon(\boldsymbol{u}_c, \boldsymbol{x}) = \boldsymbol{h}_r(\boldsymbol{u}_c, \boldsymbol{y}) - \hat{\boldsymbol{h}}_r(\hat{\boldsymbol{u}}_c, \boldsymbol{y}) \tag{4.84}$$

este eroarea de aproximare a funcţiei $\boldsymbol{h}_r$ (eroarea de inversare), care se comportă ca o perturbaţie. Dezvoltând în serie Taylor funcţia $\boldsymbol{u}_c = \boldsymbol{h}_r^{-1}(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{y})$, rezultă

$$\begin{aligned} \boldsymbol{u}_c &= \boldsymbol{h}_r^{-1}(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{y}) = \hat{\boldsymbol{h}}_r^{-1}(\hat{\boldsymbol{v}}, \boldsymbol{y}) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}\left(\boldsymbol{h}_r^{-1}(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{y})\right)_{\boldsymbol{v}=\hat{\boldsymbol{v}}}(\boldsymbol{v} - \hat{\boldsymbol{v}}) = \\ &= \hat{\boldsymbol{h}}_r^{-1}(\hat{\boldsymbol{v}}, \boldsymbol{y}) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{v}}}\left(\hat{\boldsymbol{h}}_r^{-1}(\hat{\boldsymbol{v}}, \boldsymbol{y})\right) \cdot \boldsymbol{\varepsilon} = \hat{\boldsymbol{u}} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{v}}}\left(\hat{\boldsymbol{h}}_r^{-1}(\hat{\boldsymbol{v}}, \boldsymbol{y})\right) \cdot \boldsymbol{\varepsilon}. \end{aligned} \tag{4.85}$$

Deci,

$$\boldsymbol{u}_c = \hat{\boldsymbol{u}}_c + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{v}}}\left(\hat{\boldsymbol{h}}_r^{-1}(\hat{\boldsymbol{v}}, \boldsymbol{y})\right) \cdot \boldsymbol{\varepsilon}. \tag{4.86}$$

Din ecuaţiile (4.76), în care $\boldsymbol{M}_c$ devine $\hat{\boldsymbol{M}}_c$, şi (4.83), prin identificare, rezultă că gradul relativ este r=1 şi

$$\hat{\boldsymbol{v}} = \hat{\boldsymbol{M}}_c = \hat{\boldsymbol{h}}_r = -Q\,\hat{\boldsymbol{u}}_c, \boldsymbol{\varepsilon} = -\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{K} + \boldsymbol{u}_g + \boldsymbol{u}_p\ , \tag{4.87}$$

iar funcţia inversă

$$\hat{\boldsymbol{u}}_c = \hat{\boldsymbol{h}}_r^{-1} = -Q^{+}\hat{\boldsymbol{M}}_c\,, \tag{4.88}$$

care, înlocuită în (4.86), conduce la relaţia

$$\boldsymbol{u}_c = -Q^{+}\left(\hat{\boldsymbol{M}}_c + \boldsymbol{\varepsilon}\right) = -Q^{+}\boldsymbol{M}_c\,; \tag{4.89}$$

s-au introdus în $\boldsymbol{\varepsilon}$ perturbaţiile $\boldsymbol{u}_g$ şi $\boldsymbol{u}_p$, omise în calcule. În fig. 4.34 este dată structura detaliată a sistemului din fig. 4.33.

Deoarece r=1, modelul de referinţă se alege de ordinul 1, cu matricea de transfer

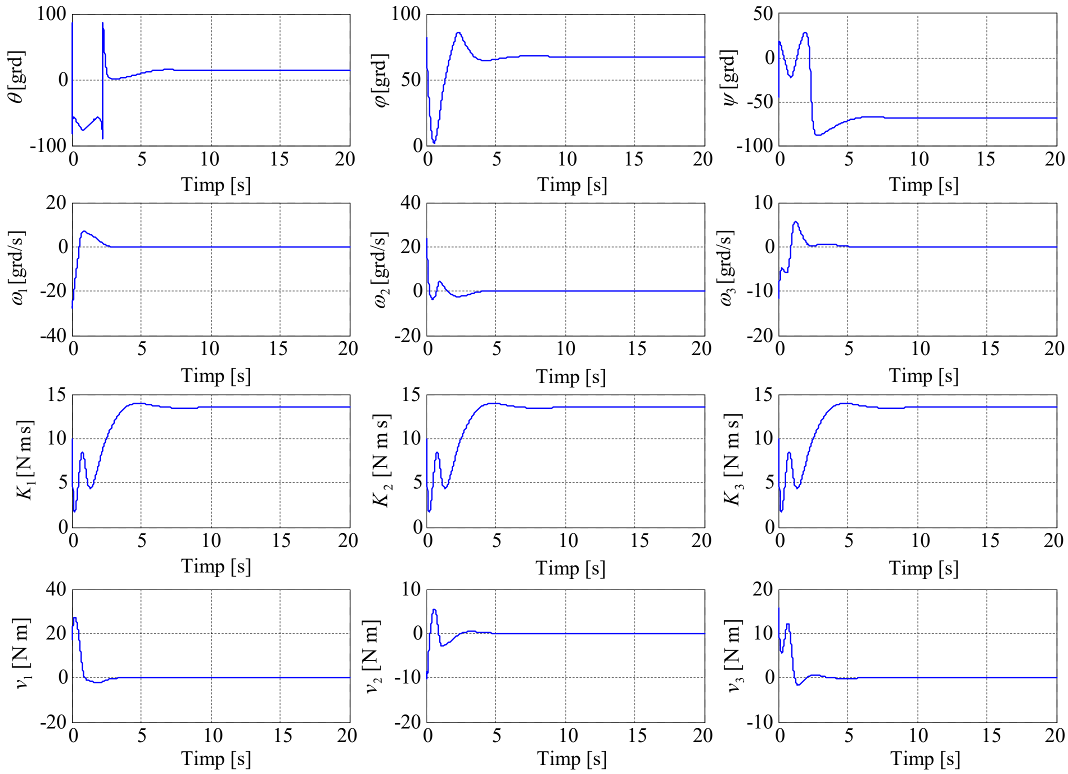
$$H_m(\mathrm{s}) = \frac{\omega_n}{\mathrm{s} + \omega_n} I_{3\times 3}\,. \tag{4.90}$$

Se impune ca sistemul din fig. 4.33 şi, respectiv, cel din fig. 4.34 să realizeze în regim stabilizat $\boldsymbol{y}$=$\boldsymbol{y}_d$ şi $\dot{\boldsymbol{y}} = \dot{\boldsymbol{y}}_d$, atunci când $\boldsymbol{v}_a = \boldsymbol{\varepsilon}$ şi $\boldsymbol{v} = \hat{\boldsymbol{v}}$ (eroarea de aproximare este compensată de componenta adaptivă); de asemenea, prezenţa integratorului ideal conduce la concluzia că, în regim stabilizat, $\boldsymbol{v}_{pi} = 0$. Dacă şi $\bar{\boldsymbol{v}} \to 0$, atunci, conform (4.87)

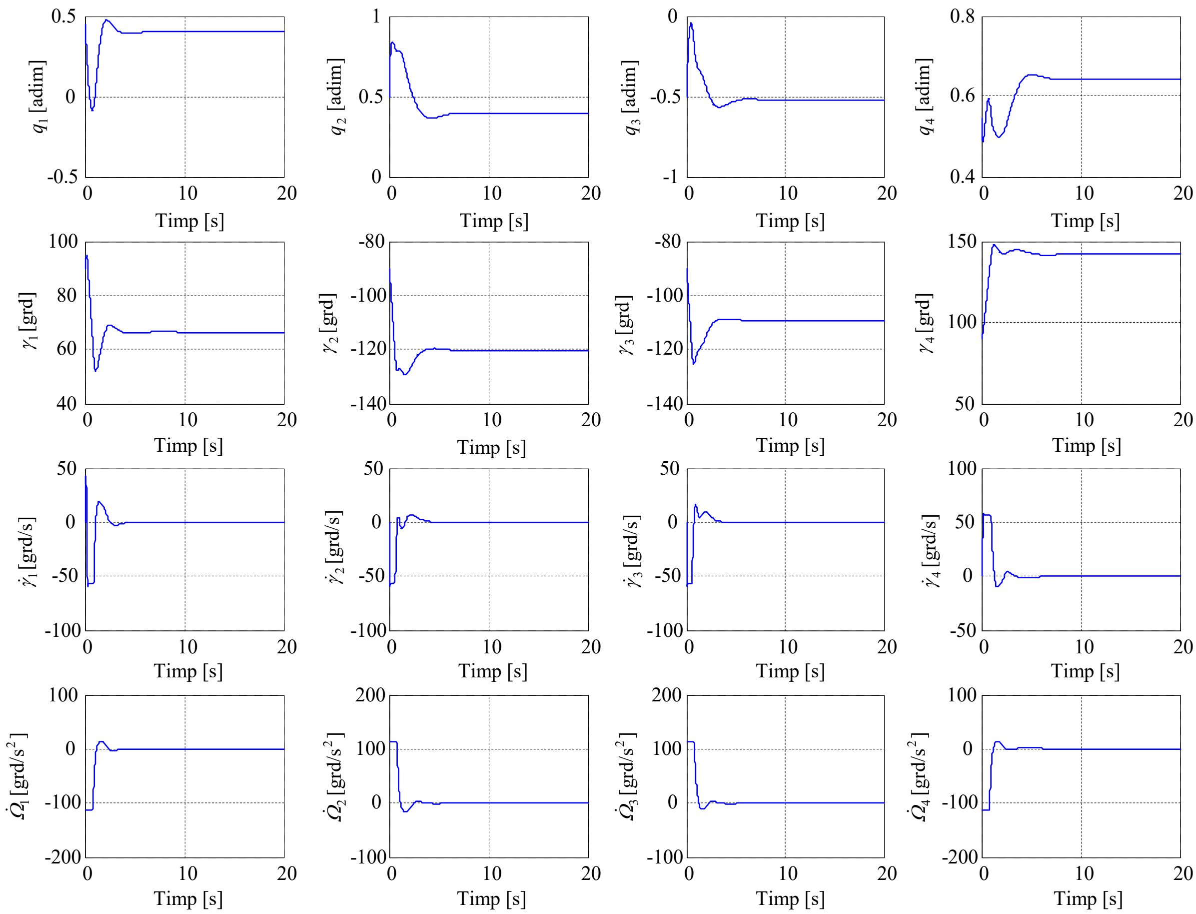
$$\dot{\boldsymbol{y}} = \dot{\boldsymbol{y}}_d = \boldsymbol{v}_r = J\dot{\boldsymbol{\omega}}_d\,. \tag{4.91}$$

Deci, component $\boldsymbol{v}_r$ are rolul de a asigura realizarea convergenţei lui $\dot{\boldsymbol{y}}$ la valoarea $\dot{\boldsymbol{y}}_d$.

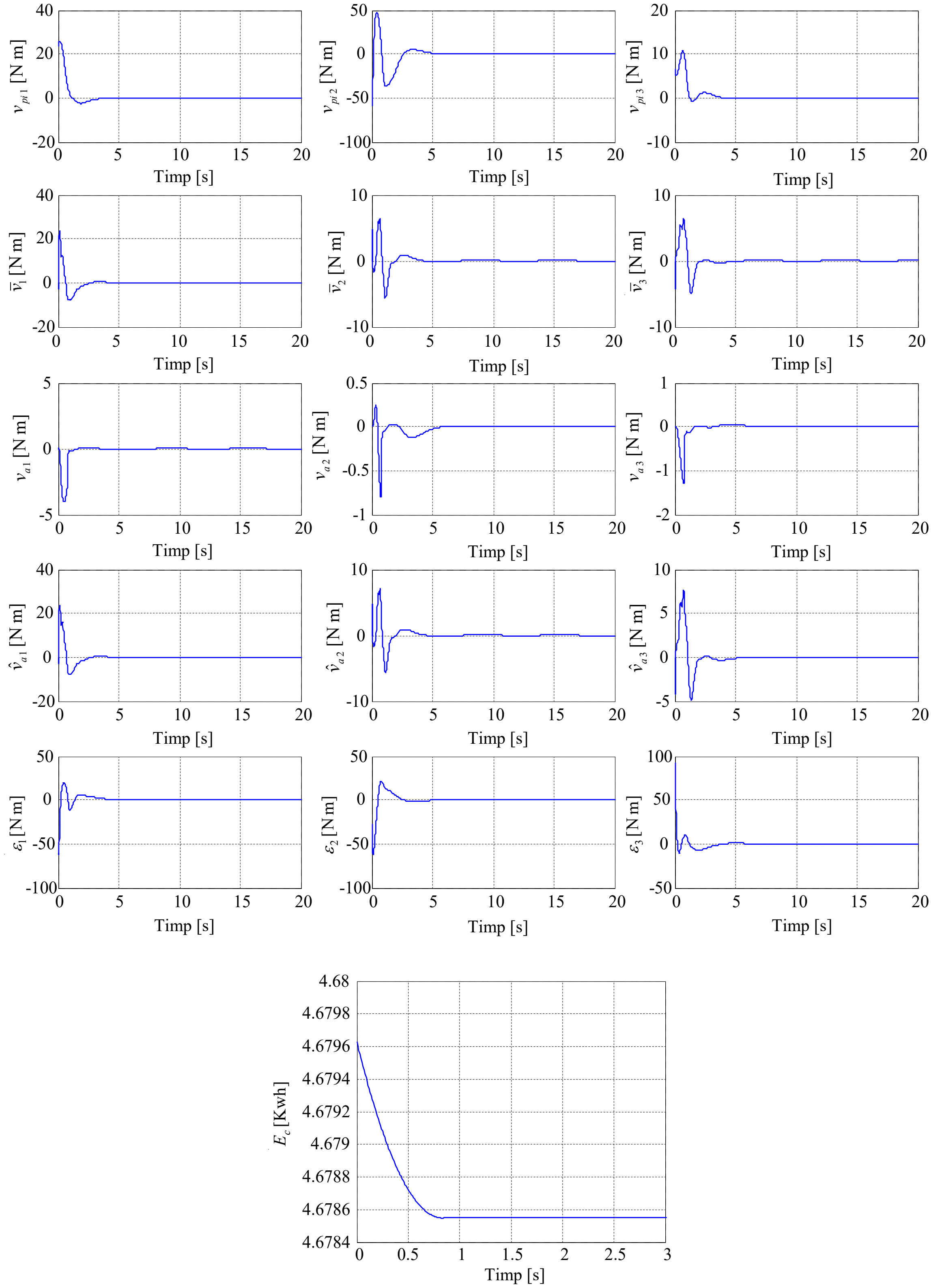
Caracteristicile de timp ale sistemului de control automat al atitudinii S şi al energiei totale stocate în cele N VSCMG-uri, cu egalizarea vitezelor unghiulare ale rotoarelor giroscopice sunt date în fig. 4.46, 4.47, 4.48 şi 4.49 (variantele 1, 2, 3 şi, respectiv, 4 de cluster); acestea au fost obţinute cu modelul Matlab/Simulink din fig. 4.45.a.


θ [grd]
φ [grd]
ψ [grd]
ω_1 [grd/s]
ω_2 [grd/s]
ω_3 [grd/s]
K_1 [N m s]
K_2 [N m s]
K_3 [N m s]
v_1 [N m]
v_2 [N m]
v_3 [N m]
Timp [s]

a.


q_1 [adim]
q_2 [adim]
q_3 [adim]
q_4 [adim]
γ_1 [grd]
γ_2 [grd]
γ_3 [grd]
γ_4 [grd]
$\dot{\gamma}_1$ [grd/s]
$\dot{\gamma}_2$ [grd/s]
$\dot{\gamma}_3$ [grd/s]
$\dot{\gamma}_4$ [grd/s]
$\dot{\Omega}_1$ [grd/s^2]
$\dot{\Omega}_2$ [grd/s^2]
$\dot{\Omega}_3$ [grd/s^2]
$\dot{\Omega}_4$ [grd/s^2]
Timp [s]

b.



c.

Fig. 4.49. Caracteristicile de timp ale sistemului din fig. 4.34 de control automat al atitudinii S şi al energiei stocate în cele N VSCMG-uri, cu egalizarea vitezelor unghiulare ale rotoarelor giroscopice (varianta 4 de cluster)

CAPITOLUL 5

STUDIUL SINGULARITĂŢILOR SISTEMELOR CU CMG/VSCMG-URI

5.2. STUDIUL SINGULARITĂŢILOR UNUI SISTEM CONVENŢIONAL CU CMG-URI

5.2.2. Descrierea singularităţilor unui sistem cu CMG-uri

Pentru a genera cupluri după toate cele trei axe ale S, se impune ca $\operatorname{rang} C(\boldsymbol{\gamma}) = 3$, $\forall \gamma_i \in [0, 2\pi]$, $1 = \overline{1, N}$. Atunci, $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ se poate calcula cu formula

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} = -C^T \left(CC^T\right)^{-1} \boldsymbol{M}_c . \tag{5.11}$$

Dacă $\operatorname{rang} C(\boldsymbol{\gamma}) = 1$, atunci sistemul cu CMG-uri (clusterul) aplică un cuplu giroscopic numai după o axă a S. Fie aceasta, de exemplu, axa $O_c X_c$; toate elementele matricei *C* (de forma (5.10)) de pe prima linie sunt nenule, iar cele de pe a doua şi a treia linie sunt nule. Aceasta se întâmplă atunci când toţi versorii $\vec{\boldsymbol{t}}_i, i = \overline{1, N}$, au aceeaşi direcţie în spaţiu (în exemplul dat $O_c X_c$), adică atunci când toţi versorii $\vec{\boldsymbol{g}}_i$ sunt situaţi în acelaşi plan, ca în cazul sistemului de tip acoperiş [37].

Dacă $\operatorname{rang} C(\boldsymbol{\gamma}) = 2$, atunci clusterul aplică cupluri giroscopice după două axe ale S; fie acestea, de exemplu, $O_c X_c$ şi $O_c Y_c$, deci axa $O_c Z_c$ este singulară; elementele matricei *C* de pe a treia linie sunt nule. Deci, versorii $\vec{\boldsymbol{t}}_i, i = \overline{1, N}$, au proiecţii doar după axele $O_c X_c$ şi $O_c Y_c$, adică toţi versorii $\vec{\boldsymbol{t}}_i$ sunt în acelaşi plan $\left(O_c X_c Y_c\right)$ şi se poate defini o singură direcţie singulară $\left(O_c Z_c\right)$, deci un singur vector $\vec{\boldsymbol{n}} \perp O_c X_c Y_c$ care defineşte direcţia singulară (în exemplul ales $\vec{\boldsymbol{n}}$ este orientat după direcţia axei $O_c Z_c$ – fig. 5.1). Deci, $\vec{\boldsymbol{n}} \perp \vec{\boldsymbol{t}}_i, i = \overline{1, N}$ (v. fig. 5.2);

$$\vec{\boldsymbol{n}} \cdot \vec{\boldsymbol{t}}_i = 0 . \tag{5.12}$$

De asemenea, conform fig. 5.1, $\vec{\boldsymbol{g}}_i \perp \vec{\boldsymbol{t}}_i$; implicit, $\vec{\boldsymbol{t}}_i$ este perpendicular pe planul $\left(\vec{\boldsymbol{g}}_i, \vec{\boldsymbol{n}}\right)$; $\vec{\boldsymbol{s}}_i \perp \vec{\boldsymbol{t}}_i$ şi $\vec{\boldsymbol{s}}_i \perp \vec{\boldsymbol{g}}_i$; deci, $\vec{\boldsymbol{s}}_i$ este în plan cu $\vec{\boldsymbol{t}}_i$, aşa cum rezultă din fig. 5.2. Versorul $\vec{\boldsymbol{s}}_i$ are o proiecţie în sensul axei $\vec{\boldsymbol{n}}$ sau în sens opus; semnul proiecţiei este dat de prosusul scalar al vectorilor $\vec{\boldsymbol{s}}_i$ şi $\vec{\boldsymbol{n}}$; $\varepsilon_i = \operatorname{sgn}\left(\vec{\boldsymbol{s}}_i \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\right)$.

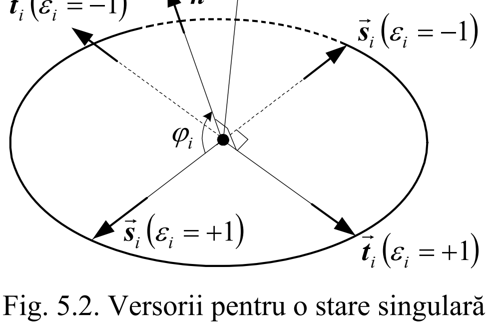


Fig. 5.2. Versorii pentru o stare singulară

Proiecţia momentului cinetic total $\vec{\boldsymbol{K}}$ pe direcţia singulară este

$$\boldsymbol{K}_n = \vec{\boldsymbol{K}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} \overset{(5.2)}{=} \sum_{i=1}^{N} K_i \vec{\boldsymbol{s}}_i \cdot \vec{\boldsymbol{n}}. \tag{5.13}$$

Pentru valorile γ_i ale unghiurilor cadrelor care generează singularitatea după direcţia vectorului $\vec{\boldsymbol{n}}, \vec{\boldsymbol{K}}_n$ atinge o valoare staţionară. Într-adevăr [81],

$$\frac{\partial \boldsymbol{K}_n}{\partial \gamma_i} = K_i \, \vec{\boldsymbol{n}} \cdot \frac{\partial \vec{\boldsymbol{s}}_i}{\partial \gamma_i} \overset{(5.1)}{=} K_i \, \vec{\boldsymbol{n}} \cdot \vec{\boldsymbol{t}}_i = 0 \, , i = \overline{1, N}; \tag{5.14}$$

deci, $\boldsymbol{K}_i(\gamma_i) = \text{const.}$

Conform fig. 5.2,

$$\vec{\boldsymbol{t}}_i = \varepsilon_i \frac{\vec{\boldsymbol{g}}_i \times \vec{\boldsymbol{n}}}{\left| \vec{\boldsymbol{g}}_i \times \vec{\boldsymbol{n}} \right|}, \vec{\boldsymbol{n}} \neq \pm \vec{\boldsymbol{g}}_i \, , i = \overline{1, N}; \tag{5.15}$$

$$\vec{\boldsymbol{s}}_i = \vec{\boldsymbol{t}}_i \times \vec{\boldsymbol{g}}_i \overset{(5.15)}{=} \varepsilon_i \frac{\vec{\boldsymbol{g}}_i \times \vec{\boldsymbol{n}}}{\left| \vec{\boldsymbol{g}}_i \times \vec{\boldsymbol{n}} \right|} \times \vec{\boldsymbol{g}}_i \, , \vec{\boldsymbol{n}} \neq \pm \vec{\boldsymbol{g}}_i \, , i = \overline{1, N} \tag{5.16}$$

şi, cu (5.2),

$$\vec{\boldsymbol{K}} = \sum_{i=1}^{N} K_i \vec{\boldsymbol{s}}_i = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i K_i \frac{\vec{\boldsymbol{g}}_i \times \vec{\boldsymbol{n}}}{\left| \vec{\boldsymbol{g}}_i \times \vec{\boldsymbol{n}} \right|} \times \vec{\boldsymbol{g}}_i \, , \vec{\boldsymbol{n}} \neq \pm \vec{\boldsymbol{g}}_i \, . \tag{5.17}$$

5.2.3. Evitarea singularităţilor folosind mişcarea nulă

Mişcarea nulă este descrisă de ecuaţia (5.7), în care $\vec{\boldsymbol{M}}_c = 0$, adică nu se produce cuplu giroscopic după o direcţie singulară. Se caută o soluţie $\dot{\boldsymbol{\gamma}}_{nul}$, care exprimă vectorul vitezelor unghiulare ce trebuie aplicate cadrelor giroscopice pentru evitarea intrării clusterului în starea de singularitate.

Să considerăm că la un moment dat t clusterul cu CMG-uri are o orientare $\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\gamma}_s$ pentru care rang C=2. Pentru această singularitate, utilizând mişcarea nulă, sunt adevărate următoarele ecuaţii [81]

$$C(\boldsymbol{\gamma}(t))\dot{\boldsymbol{\gamma}}(t) = 0, \forall t, \tag{5.18}$$

$$C(\boldsymbol{\gamma}(t + \mathrm{d}t))\dot{\boldsymbol{\gamma}}(t + \mathrm{d}t) = 0, \forall (t + \mathrm{d}t). \tag{5.19}$$

Folosind dezvoltarea în serie Taylor şi neglijând termenii mici de ordin superior, rezultă

$$\boldsymbol{\gamma}(t + \mathrm{d}t) \cong \boldsymbol{\gamma}(t) + \dot{\boldsymbol{\gamma}}(t)\mathrm{d}t, \tag{5.20}$$

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}}(t + \mathrm{d}t) \cong \dot{\boldsymbol{\gamma}}(t) + \ddot{\boldsymbol{\gamma}}(t)\mathrm{d}t; \tag{5.21}$$

$$C(\boldsymbol{\gamma}(t + \mathrm{d}t)) \cong C(\boldsymbol{\gamma}(t)) + \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial C}{\partial \gamma_i} \dot{\gamma}_i(t)\mathrm{d}t. \tag{5.22}$$

Înlocuind (5.21) şi (5.22) în (5.19) şi ţinând seama de (5.18), se obţine ecuaţia

$$\left(\sum_{i=1}^{N} \frac{\partial C}{\partial \gamma_i} \dot{\gamma}_i(t) \right) \dot{\boldsymbol{\gamma}}(t) + C(\boldsymbol{\gamma}(t))\ddot{\boldsymbol{\gamma}}(t) = 0; \tag{5.23}$$

s-au neglijat termenii mici de ordin superior care conţin produsul $\dot{\boldsymbol{\gamma}}(t)\ddot{\boldsymbol{\gamma}}(t)\mathrm{d}t$.

Conform (5.4),

$$\frac{\partial C}{\partial \gamma_i} = -\begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & K_i \frac{\partial \vec{t}_i}{\partial \gamma_i} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \overset{(5.1)}{=} -\begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & K_i \frac{\frac{\partial \vec{t}_i}{\partial t}}{\dot{\gamma}_i} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \overset{(1)}{=}$$
$$\overset{(1)}{=} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & K_i \vec{s}_i & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}. \tag{5.24}$$

Cu aceasta,

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{\partial C}{\partial \gamma_i} \dot{\gamma}_i(t) = -\begin{bmatrix} K_1 \vec{s}_1 & K_2 \vec{s}_2 & \dots & K_i \vec{s}_i & \dots & K_N \vec{s}_N \end{bmatrix} \overset{\Delta}{=} -G(\boldsymbol{\gamma}(t)) \tag{5.25}$$

şi ecuaţia (5.23) devine [81]

$$-G(\boldsymbol{\gamma}(t))\dot{\boldsymbol{\gamma}}^2(t) + C(\boldsymbol{\gamma}(t))\ddot{\boldsymbol{\gamma}}(t) = 0, \tag{5.26}$$

unde $\dot{\boldsymbol{\gamma}}^2(t) = \begin{bmatrix} \dot{\gamma}_1^2 & \dot{\gamma}_2^2 & \dots & \dot{\gamma}_N^2 \end{bmatrix}$.

Multiplicând la stânga ecuaţia (5.26) cu versorul $\vec{\boldsymbol{n}}^T(t)$, se obţine

$$\vec{\boldsymbol{n}}^T(t) G(\boldsymbol{\gamma}(t)) \dot{\boldsymbol{\gamma}}^2(t) = 0, \forall \dot{\boldsymbol{\gamma}}(t); \tag{5.27}$$

s-a ţinut seama de faptul că, în concordanţă cu ecuaţia (5.4),

$$\vec{\boldsymbol{n}} C(\boldsymbol{\gamma}) = \begin{bmatrix} K_1 \vec{\boldsymbol{n}} \cdot \vec{\boldsymbol{t}}_1 & K_2 \vec{\boldsymbol{n}} \cdot \vec{\boldsymbol{t}}_2 & \dots & K_N \vec{\boldsymbol{n}} \cdot \vec{\boldsymbol{t}}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \tag{5.28}$$

şi de faptul că $\vec{\boldsymbol{n}} \cdot \vec{\boldsymbol{t}}_i = 0, i = \overline{1, N}$, conform fig. 5.2.

Cu notaţia

$$\vec{\boldsymbol{n}} G(\boldsymbol{\gamma}(t)) = \mathrm{diag}\begin{bmatrix} K_1 \vec{\boldsymbol{n}} \vec{\boldsymbol{s}}_1 & K_2 \vec{\boldsymbol{n}} \vec{\boldsymbol{s}}_2 & \dots & K_N \vec{\boldsymbol{n}} \vec{\boldsymbol{s}}_N \end{bmatrix} = P, \tag{5.29}$$

ecuaţia (5.27) devine [81]

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}}^T P \dot{\boldsymbol{\gamma}} = 0, \forall \dot{\boldsymbol{\gamma}}(t). \tag{5.30}$$

Această ecuaţie nu este valabilă pentru orice stare.

Dacă termenul quadratic din (5.30) nu poate fi făcut diferit de zero prin vreo modificare a unghiului de rotaţie al cadrelor, atunci nu poate fi calculat şi aplicat cadrelor giroscopice $\dot{\boldsymbol{\gamma}}_{nul}$ pentru evitarea singularităţii. Aceste singularităţi se numesc „eliptice” sau „imparabile” [37].

O altă categorie de singularităţi sunt acelea în care termenul quadratic nu are semn definit. În acest caz, ecuaţia (5.30) poate fi rezolvată; se poate determina şi aplica cadrelor giroscopice $\dot{\boldsymbol{\gamma}}_{nul}$ pentru evitarea singularităţii. Aceste singularităţi se numesc „nedefinite”, „hiperbolice” sau „parabile” [9], [37], [38], [81]. O condiţie necesară sar şi suficientă pentru existenţa soluţiei $\dot{\boldsymbol{\gamma}}_{nul}$ este ca *P*>0, adică $\varepsilon_i = \mathrm{sgn}(\vec{\boldsymbol{s}}_i \cdot \vec{\boldsymbol{n}}) > 0$ sau *P*<0, adică $\varepsilon_i < 0$. Soluţia ecuaţiei (5.30) este [82]

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}}_{nul} = \begin{bmatrix} I_N - C^+ C \end{bmatrix} d, \tag{5.31}$$

cu d – vector $(N \times 1), I_N$ – matrice unitate şi C^+ – pseudoinversa matricei *C*.

5.4. STUDIUL SINGULARITĂŢILOR UNUI SISTEM CU VSCMG-URI CU CONTROLUL PUTERII STOCATE

5.4.1. Descrierea singularităţilor cu controlul puterii stocate

Pentru controlul atitudinii S şi al energiei stocate în cele *N* VSCMG-uri, legea de control se modifică prin modificarea matricei Q; ecuaţia (5.32) devine

$$Q\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{\gamma}}\\ \dot{\boldsymbol{\Omega}}\end{bmatrix}=-\boldsymbol{M}_{cp},\boldsymbol{M}_{cp}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{M}_c^T & P\end{bmatrix}^T, \tag{5.60}$$

unde P este puterea stocată în cele N VSCMG-uri

$$P=\begin{bmatrix}0_{(1\times N)} & \boldsymbol{\Omega}^T I_{rs}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{\gamma}}\\ \dot{\boldsymbol{\Omega}}\end{bmatrix}, \tag{5.61}$$

$I_{rs}=\begin{bmatrix}I_{rs_1} & I_{rs_2} & I_{rs_3}\end{bmatrix}$;

$$Q=\begin{bmatrix}C_{(3\times N)} & D_{(3\times N)}\\ 0_{(1\times N)} & -\left(\boldsymbol{\Omega}^T I_{rs}\right)_{(1\times N)}\end{bmatrix}. \tag{5.62}$$

Dacă rang Q=4, atunci ecuaţia (5.60) are întotdeauna soluţia cu norma minimă ce poate fi calculată cu formula [61]

$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{\gamma}}\\ \dot{\boldsymbol{\Omega}}\end{bmatrix}=-WQ^T\left(QW^TQ^T\right)^{-1}\boldsymbol{M}_{cp}, \tag{5.63}$$

cu W de forma (5.34). Dacă rang C=3, atunci rang Q=4, iar dacă rang C=2, atunci matricea Q poate avea deficienţă de rang, şi, drept urmare, nu poate exista o soluţie exactă a ecuaţiei (5.60) atâta timp cât rang $\boldsymbol{M}_{cp}\neq$ rang Q; deci, soluţia (5.63) este aproximativă. Cu toate că deficienţa de rang a matricei C poate fi redusă, rămâne totuşi posibilitatea apariţiei unei singularităţi. O soluţie cu normă minimă tinde să controleze poziţiile cadrelor giroscopice astfel încât acestea să se orienteze în poziţii depărtate de cele singulare; soluţia cu normă minimă este, de exemplu, cea care minimizează indicatorul de performanţă [82]

$$J_1=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{\gamma}}^T & \dot{\boldsymbol{\Omega}}^T\end{bmatrix}W^{-1}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{\gamma}}\\ \dot{\boldsymbol{\Omega}}\end{bmatrix}. \tag{5.64}$$

Pentru analiza existenţei mişcării nule, în scopul realizării simultane a controlului atitudinii S şi a puterii stocate în VSCMG-uri, se impune a fi îndeplinite relaţiile [81]

$$C(\boldsymbol{\gamma}(t),\boldsymbol{\Omega}(t))\dot{\boldsymbol{\gamma}}(t)+D(\boldsymbol{\gamma}(t))\dot{\boldsymbol{\Omega}}(t)=0,\forall t, \tag{5.65}$$

$$C(\boldsymbol{\gamma}(t+\mathrm{d}t),\boldsymbol{\Omega}(t+\mathrm{d}t))\dot{\boldsymbol{\gamma}}(t+\mathrm{d}t)+D(\boldsymbol{\gamma}(t+\mathrm{d}t))\dot{\boldsymbol{\Omega}}(t+\mathrm{d}t)=0,\forall(t+\mathrm{d}t), \tag{5.66}$$

$$\boldsymbol{\Omega}^T(t)I_{rs}\dot{\boldsymbol{\Omega}}(t)=0,\forall t, \tag{5.67}$$

$$\boldsymbol{\Omega}^T(t+\mathrm{d}t)I_{rs}\dot{\boldsymbol{\Omega}}(t+\mathrm{d}t)=0,\forall(t+\mathrm{d}t). \tag{5.68}$$

Prin prelucrarea ecuaţiilor (5.65) şi (5.66), identice respectiv cu ecuaţiile (5.38) şi (5.39), rezultă ecuaţia de forma (5.44), adică

$$\begin{bmatrix}C(\boldsymbol{\gamma}(t),\boldsymbol{\Omega}(t)) & D(\boldsymbol{\gamma}(t))\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\boldsymbol{\gamma}}(t)\\ \ddot{\boldsymbol{\Omega}}(t)\end{bmatrix}=\xi_1, \tag{5.69}$$

cu

$$\xi_1=-2\sum_{i=1}^{N}I_{rs_i}\,\dot{\gamma}_i\dot{\Omega}_i\,\vec{\boldsymbol{t}}_i+\sum_{i=1}^{N}K_i\,\gamma_i^2\,\vec{\boldsymbol{s}}_i. \tag{5.70}$$

Din ecuaţiile (5.67) şi (5.68), după dezvoltările în serie Taylor, rezultă ecuaţia

$$\boldsymbol{\Omega}^T I_{rs} \ddot{\boldsymbol{\Omega}} = \xi_2 , \tag{5.71}$$

cu

$$\xi_2 = \sum_{i=1}^{N} I_{rs_i} \Omega_i^2 . \tag{5.72}$$

5.4.2. Evitarea singularităţilor folosind mişcarea nulă, cu controlul puterii stocate

Reunind ecuaţiile (5.69) şi (5.71), se obţine următoarea [81]

$$\begin{bmatrix} C(\boldsymbol{\gamma}(t), \boldsymbol{\Omega}(t)) & D(\boldsymbol{\gamma}(t)) \\ 0_{(1\times N)} & \boldsymbol{\Omega}^T I_{rs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\gamma}} \\ \ddot{\boldsymbol{\Omega}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} \tag{5.73}$$

sau ecuaţia (5.45), cu $Q(t)$ de forma (5.62). Această ecuaţie are soluţie de forma (5.49) dacă rang R=2, cu R de forma (5.75). Vectorul $\begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix}$ poate fi exprimat astfel

$$\vec{\boldsymbol{n}}^T \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(K_1 \vec{\boldsymbol{n}} \cdot \vec{\boldsymbol{s}}_1 \;\; \dots \;\; K_N \vec{\boldsymbol{n}} \cdot \vec{\boldsymbol{s}}_N \right) & 0_{(1\times N)} \\ 0_{(1\times N)} & \left(I_{rs_1} \;\; \dots \;\; I_{rs_N} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\gamma}}^2 \\ \dot{\boldsymbol{\Omega}}^2 \end{bmatrix}, \tag{5.74}$$

cu $\dot{\boldsymbol{\gamma}}^2 = \begin{bmatrix} \dot{\gamma}_1^2 & \dot{\gamma}_2^2 & \dots & \dot{\gamma}_N^2 \end{bmatrix}$ şi $\dot{\boldsymbol{\Omega}}^2 = \begin{bmatrix} \dot{\Omega}_1^2 & \dot{\Omega}_2^2 & \dots & \dot{\Omega}_N^2 \end{bmatrix}$;

$$R = \begin{bmatrix} K_1 \vec{\boldsymbol{n}} \cdot \vec{\boldsymbol{s}}_1 & K_2 \vec{\boldsymbol{n}} \cdot \vec{\boldsymbol{s}}_2 & \dots & K_N \vec{\boldsymbol{n}} \cdot \vec{\boldsymbol{s}}_N \\ I_{rs_1} & I_{rs_2} & \dots & I_{rs_N} \end{bmatrix}. \tag{5.75}$$

Dacă rang R=1, este imposibilă satisfacerea cerinţelor legate de cuplu şi de putere pentru evitarea singularităţilor cu o mişcare nulă.

CAPITOLUL 6

CONCLUZII ŞI CONTRIBUŢII

Dintre contribuţiile aduse în lucrare, menţionăm următoarele:

1. Proiectarea structurii de control automat al mişcării S în jurul axei proprii din fig. 1.7, mişcare compusă din trei faze (accelerată, uniformă şi deccelerată); s-a construit modelul Matlab/Simulink al sistemului din fig. 1.7 şi, cu acesta, s-au trasat caracteristicile de timp din fig. 1.9.
2. Proiectarea structurii de control automat al mişcării S şi a energiei stocate din fig. 1.11 folosind roţi inerţiale, astfel încât S să urmărească permanent Soarele şi o staţie terestră. Pentru această structură, s-a construit modelul Matlab/Simulink din fig. 1.12 şi, cu acesta, s-au trasat caracteristicile de timp din fig. 1.13.
3. Modelele dinamice ale sistemului satelit-actuator constituit din patru roţi inerţiale în configuraţie piramidală, respectiv tetraedrică (descrise de ecuaţiile (2.64)$\div$(2.86)), obţinute prin generalizarea modelelor dinamice ale sistemului satelit-actuator constituit din trei roţi inerţiale dispuse în configuraţie standard.
4. Proiectarea structurii de control automat al atitudinii S din fig. 2.7 folosind metoda backstepping, cu modelul Matlab/Simulink din fig. 2.8 şi 2.9 şi caracteristicile de timp din fig. 2.10, 2.11 şi 2.12 pentru actuatoare cu roţi inerţiale în configuraţie de tip standard, piramidal şi tetraedru, cu programele de calcul numeric aferente date în anexe; s-au analizat situaţiile în care se defectează una dintre cele patru roţi inerţiale ale configuraţiilor

piramidală şi tetraedrică, rezultând caracteristicile de timp din fig. 2.13 şi 2.14.

5. Calculul momentelor giroscopice rezultante după axele piramidei $\left(M_{gX}, M_{gY}, M_{gZ}\right)$ pentru patru variante de clustere (dispunere piramidală) cu CMG-uri, precum şi a matricei $Q = Q(\gamma)$, care exprimă dependenţa între vectorul momentelor giroscopice rezultante şi vectorul vitezelor unghiulare ale cadrelor giroscopice. De asemenea, se calculează matricele $B_s(\gamma), B_t(\gamma)$ şi B_g pentru cele patru variante de clustere piramidale.
6. Proiectarea sistemului de control automat al atitudinii S din fig. 3.9 folosind cele patru variante de structuri piramidale, cu utilizarea pseudo-inversei matricei *Q*; cu modelul Matlab/Simulink din fig. 3.10, s-au trasat caracteristicile de timp din fig. 3.12, 3.13, 3.14 şi 3.15 pentru cele patru variante de structuri piramidale.
7. Calculul momentului de inerţie al S cu VSCMG-uri pentru cele patru variante de clustere piramidale cu *N* VSCMG-uri.
8. Proiectarea structurii de control automat al atitudinii S din fig. 4.1 folosind patru variante de structuri piramidale cu VSCMG-uri şi lege de control de tip PD, precum şi sisteme de control similare cu controlul suplimentar al puterii stocate de clusterele piramidale şi, respectiv, pentru egalizarea vitezelor unghiulare ale rotoarelor giroscopice; cu modelele Matlab/Simulink din fig. 4.2, 4.7, 4.12, s-au construit caracteristicile de timp din fig. 4.3 ÷ 4.6, 4.8 ÷ 4.11 şi 4.13 ÷ 4.16.
9. Proiectarea structurii de control automat al atitudinii S având în componenţă patru variante de clustere piramidale cu VSCMG-uri folosind estimatele matricelor momentelor de inerţie şi ale celor de amortizare dinamică (sistemul din fig. 4.17) şi sisteme similare cu controlul suplimentar al puterii stocate de clusterele piramidale şi, respectiv, pentru egalizarea vitezelor unghiulare ale rotoarelor giroscopice; cu modelele Matlab/Simulink din fig. 4.18, 4.23 şi 4.28, s-au trasat caracteristicile de timp din fig. 4.19 ÷ 4.22, 4.24 ÷ 4.27 şi 4.29 ÷ 4.32.
10. Proiectarea structurii de control adaptiv al atitudinii S folosind clustere piramidale cu VSCMG-uri, bazate pe utilizarea metodei inversării dinamice şi a reţelelor neuronale (sistemul din fig. 4.33, respectiv, fig. 4.34) şi sisteme similare cu controlul suplimentar al puterii stocate de clusterele piramidale şi, respectiv, pentru egalizarea vitezelor unghiulare ale rotoarelor giroscopice; cu modelele Matlab/Simulink din fig. fig. 4.35, 4.40 şi 4.45, s-au trasat caracteristicile de timp din fig. 4.36 ÷ 4.39, 4.41 ÷ 4.44 şi 4.46 ÷ 4.49.

Rezultatele simulărilor numerice au fost obţinute cu programele de calcul numeric, concepute de autorul lucrării şi prezentate în anexe.

BIBLIOGRAFIE (Selectivă)

[1] Ahmed, J., Coppola, V., Bernstein, D.S. *Adaptive Asymptotic Tracking of Spacecraft Attitude Motion with Inertia Matrix Identification.* Journal of Guidance, Control and Dynamics, vol. 21, nr. 5, 1998, pag. 684-691.

[2] Aron, I., Lungu, R. *Automate de stabilizare şi dirijare*. Editura Militară, Bucureşti, 1991.

[3] Aron, I., Lungu, R. *Automatica girostabilizatoarelor*. Editura Enciclopedică, Bucureşti, 1994.

[5] Bang, H., Ha, C., Kim, J.H. *Flexible Spacecraft Attitude Maneuver by application of Sliding Mode Control*. Acta Astronautica, vol. 57, 2005, pag. 841-850.

[6] Behal, A., Dawson, D., Zergheroglu, E., Fang, Y. *Nonlinear Tracking Control of an Underactuated Spacecraft*. Journal of Guidance, Control and Dynamics, vol. 25, nr. 5, 2002, pag. 979-985.

[8] Berner, R. *Control Moment Gyro Actuator for Small Satellite Applications*. Thesis of Master of Science. University of Stellenbosch, South Africa, 2005.

[11] Calise, A.J., Hovakymyan, N., Idan, M. *Adaptive Output Control of Nonlinear Systems Using Neural Networks.* Automatica, vol. 37, nr. 8, 2001, pag. 1201-1211.

[12] Calise, A.J., Johnson, E.N., Johnson, M.D., Corban, J.E. *Applications of Adaptive Neural –*

Networks Control to Unmanned Aerial Vehicles. Journal of Harbin Institute of Technology, 2006, vol. 38, nr. 11, pag. 1865-1869.

[15] Chen, X., Sun, H., Zhang, J. *Reaction Wheels Momentum Dumping by Hybrid Control of Magnetorquers and Thrusters*. AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, 2010.

[16] Chwa, D., Choi, J. *Adaptive Nonlinear Guidance Law Considering Control Loop Dynamics*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 39, nr. 4, October, 2003, pag. 1134-1143.

[19] Doruk, R.O. *Nonlinear Controller Design for a Reaction Wheel Actuated Observatory Stallite.* PhD. Thesis. Middle East Technical University, 2008.

[20] Ford, K., Hall, C. *Singular Direction Avoidance Steering for Control Moment Gyro*. Journal of Guidance, Control and Dynamics, vol. 23, nr. 4, 2000, pag. 648-656.

[23] Hall, C.D., Tsiostras, P., Shen, H. *Tracking Rigid Body Motion using Thrusters and Momentum Wheels.* Journal of Astronautical Sciences, vol. 50, nr. 3, 2003, pag. 311-323.

[25] **Ioan, M**., Lungu, M., Lungu, R. *Control of the Satellites' Attitude using a Pyramidal Configuration of Four Variable Speed Control Moment Gyros*. Scientific Bulletin – University Politehnica Bucharest, Series D: Mechanical Engineering, ISSN: 1454-2358, 2017. In curs de publicare

[44] Lungu, R. *Echipamente şi sisteme giroscopice*. Editura Universitaria, Craiova, 1997.

[45] Lungu, R. *Sisteme de dirijare aerospaţială.* Editura Sitech, Craiova, 2002.

[46] Lungu, R. *Automatizarea aparatelor de zbor.* Editura Universitaria, Craiova, 2000.

[48] Lungu, R., Lungu, M., **Ioan, M**. *Nonlinear Automatic Control of the Satellites by using the Quaternion and the Angular Velocities' Vectors*. 3rd International Workshop on Numerical Modeling in Aerospace Sciences (NMAS 2015), Bucureşti, 2015.

[49] Lungu, R., Lungu, M., **Ioan, M**. *Determination and Control of the Satellites' Attitude by using a Pyramidal Configuration of Four Control Moment Gyros*. 12th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics, Colmar, France, 21-23 July 2015, pag. 448-456.

[50] Lungu, M., Lungu, R., **Ioan, M**. *Automatic Control of the Satellites' Attitude and Stored Energy using Inertial Wheels*. 17th International Carpathian Control Conference (ICCC 2016), Tatranská Lomnica, Slovak Republic, May 29 - June 1, 2016, pag. 455-460.

[51] Luo, W., Chy, Y.C., Ling, K.V. *Inverse Optimal Adaptive Control for Attitude Tracking of Spacecraft*. Journal of Automatic Control, IEEE Transactions, vol. 50, pag. 1639-1654, 2005.

[52] Mackunis, W., Dupre, K., Fitz-Coy, N., Dixon, W.E. *Adaptive Satellite Control in the Presence of Inertia and CMG Gimbal Friction Uncertainties.* Journal of Astronautical Science, vol. 56, nr. 1, 2008, pag. 121-134.

[54] McChesney, C. *Design of Attitude Control Actuators for a Simulated Spacecraft*. Thesis of Master of Science, Department of Air Force University, Ohio, 2011.

[59] Pinheiro, E.R., Gadelca de Souza, L.C. *Design of the Microsatellite Attitude Control System using the Mixed H_2 / H_∞ Method via LMI Optimization*. Mathematical Problems in Engineering, 2013.

[60] Schaub, H., Junkins, J.L. *Singularity avoidance using null motion and variable-speed control moment gyros*. Journal of Guidance Control, and Dynamics, vol. 23, nr. 1, 2000, pag. 11-16.

[61] Schaub, H., Vadali, S.R., Junkins, J.L. *Feedback control law for variable speed control moment gyroscopes*. Journal of the Astronautical Sciences, vol. 46, nr. 3, 1998, pag. 307-328.

[68] Tsiostras, P. *Stabilization and Optimality Results for the Attitude Control Problem*. Journal of Guidance, Control and Dynamics, vol. 19, nr. 4, 1996, pag. 772-779.

[69] Tsiostras, P., Shen, H., Hall, C. *Satellite Attitude Control and Power Tracking with Energy/ Momentml Wheels.* Journal of Guidance, Control and Dynamics, vol. 24, nr. 1, 2001, pag. 23-34.

[74] Wie, B. *Singularity analysis and visualization for single-gimbal control moment gyro systems.* AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Austin, TX, August 2003.

[75] Wie, B., Bailey, D., Heiberg, C. *Rapid Multi-Target Acquisition and Pointing Control of Agile* Spacecraft. AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Denver, 2000.

[77] Wie, B., Bailey, D., Heiberg, C. *Acquisition and Pointing Control of Agile Spacecraft.* Journal of Guidance, Control and Dynamics, vol. 25, nr. 1, 2002, pag. 96-104.

[81] Yoon, H. *Spacecraft Attitude and Power Control using Variable Control Moment Gyros*. Thesis of Doctor of Philosophy, Georgia Institute of Technology, 2004.

[82] Yoon, H., Tsiotras, P. *Spacecraft Adaptive Attitude and Power Tracking with Variable Speed Control Moment Gyroscopes*. Journal of Guidance, Control and Dynamics, vol. 25, nr. 6, 2002, pag. 1081-1090.