UNIVERSITATEA POLITEHNICA DIN BUCUREȘTI

FACULTATEA INGINERIA SISTEMELOR BIOTEHNICE

Școala doctorală: Ingineria Sistemelor Biotehnice

Nr. … de la …./2018

Rezumat

"Contribuții la studiul cinematic și dinamic al solidului rigid"

Doctorand: Ing. NGUYEN THIEN VAN
Prof.coordonator: Prof. dr. ing. ION STROE

Comisia de examinare

Președinte	Prof. dr. ing. DAVID LADISLAU	Facultatea Ingineria Sistemelor Biotehnice-UPB
Coordonator	Prof. dr. ing. Ion STROE	Facultatea Ingineria Sistemelor Biotehnice-UPB
Membru	Prof. dr. ing. Andrei CRAIFALEANU	Facultatea Ingineria Sistemelor Biotehnice-UPB
Membru	CS1, dr.ing. Achim IONITA	INCAS-București
Membru	Prof. dr. ing. Dinel POPA	Universitatea din Pitești

BUCUREȘTI 2018

Cuprins

1. Rezumat

În această teză s-a prezentat o nouă metodă de determinare a forțelor interne pe baza ecuațiilor Lagrange, într-un corp rigid care aparține unui sistem de corpuri sau într-un grup de legături cu mișcare relativă de translație între ele. În acest mod, se evită dificultățile întâmpinate în timpul procesului de calcul, prin faptul că nu se iau în considerare reacțiunile care apar în articulațile interne ale sistemului. Folosind un set de coordonate generalizate, care respectă atât constrângerile cât și configurația mecanismului, se pot stabili ecuațiile diferențiale ale mișcarii pentru sistemul respectiv. În plus, prin introducerea unei mobilități suplimentare se poate calcula direct forța internă corespunzătoare acestei mobilități datorită principiului: În cazul determinării unei forțe interne din sistem, o mobilitate suplimentară corespunzătoare este considerată în sistemul respectiv. După scrierea ecuației diferențiale corespunzătoare noii mobilitatăți, forța internă va fi calculată prin impunerea valorilor nule atât mobilitații, cât și primei derivate și celei de a doua a ecuației diferențiale.

Pentru ilustrarea metodei propuse, au fost alese ca modele mecanisme obișnuite. Acestea sunt mecanisme plane și mecanisme spațiale. Ca mecanisme plane au fost considerate, sistemul biela-manivelă și sistemul de control al profundorului unei aeronavei. În acest caz, forțele interne se calculează în legăturile/corpurile cu mișcare plan-paralelă (tija de conectare pentru mecanismul bielă-manivelă și cilindrul hidraulic al subsistemului pentru celălalt). În cazul unui mecanism spațial s-a considerat un braț robotizat cu trei grade de libertate. În acest caz, forțele interne pentru efectoarele finale au fost calculate.

În cele din urmă, în teză s-a studia și aplicarea unor principii fundamentale a algoritmilor genetici (GA) cu scopul ajustării parametrilor unui controler PID pentru a controla un mecanism spațial cu patru grade de libertate, astfel încât efectorul final să respecte o traiectorie predefinită. Algoritmul poate fi folosit și dezvoltat pentru simularea modelelor de roboți în etapa respectivă de proiectare.

2. Cinematica și dinamica sistemelor de corpuri

2.1. Calcularea vitezei liniare a unui punct material aparținând unui corp rigid

Presupunând existența unor sisteme de referință $O_0x_0y_0z_0$, $O_1x_1y_1z_1$,…, $O_ix_iy_iz_i$,…, $O_nx_ny_nz_n$, precum cele din Figura 1, determinarea poziției unui punct arbitrar P_i de pe un corp rigid (B_i) atașat unui sistem de referință mobil $O_ix_iy_iz_i$ în raport cu un sistem de referință fix $O_0x_0y_0z_0$, cu ajutorul unor legături pentru care se specifică atât pozițiile cât și orientarea în spațiu, se efectuează după cum urmează:

Datorită geometriei se poate scrie:

$$\overrightarrow{O_1P_i}_{(1)} = \overrightarrow{O_1O_2}_{(1)} + \overrightarrow{O_2P_i}_{(2)}, \tag{1}$$

$$\overrightarrow{O_2P_i}_{(2)} = \overrightarrow{O_2O_3}_{(2)} + \overrightarrow{O_3P}_{i(3)},$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$\overrightarrow{O_{i-1}P_i}_{(i-1)} = \overrightarrow{O_{i-1}O_i}_{(i-1)} + \overrightarrow{O_iP}_{i(i)}.$$

Înlocuirea succesivă a expresiilor $\overrightarrow{O_1P_i}_{(1)}, \overrightarrow{O_2P_i}_{(2)}, \overrightarrow{O_3P_i}_{(3)}, \dots, \overrightarrow{O_{i-1}P_i}_{(i-1)}$ în formulele aferente și în expresia $\overrightarrow{O_0P_i}_{(0)}$, rezultă:

$$\overrightarrow{O_0P_i}_{(0)} = \overrightarrow{O_0O_1}_{(0)} + \overrightarrow{O_1O_2}_{(1)} + \overrightarrow{O_2O_3}_{(2)} + \dots + \overrightarrow{O_{i-1}O_i}_{(i-1)} + \overrightarrow{O_iP_i}_{(i)}, \tag{2}$$

unde $\overrightarrow{O_{k-1}O_k}_{(k-1)}$ este vectorul de poziție al originii O_k în raport cu sistemul de referință $O_{k-1}x_{k-1}y_{k-1}z_{k-1}$ (unde k=1, 2,…, i) și $\overrightarrow{O_iP_i}_{(i)}$ este vectorul de poziție al punctului P_i în raport cu sistemul de referință $O_ix_iy_iz_i$.

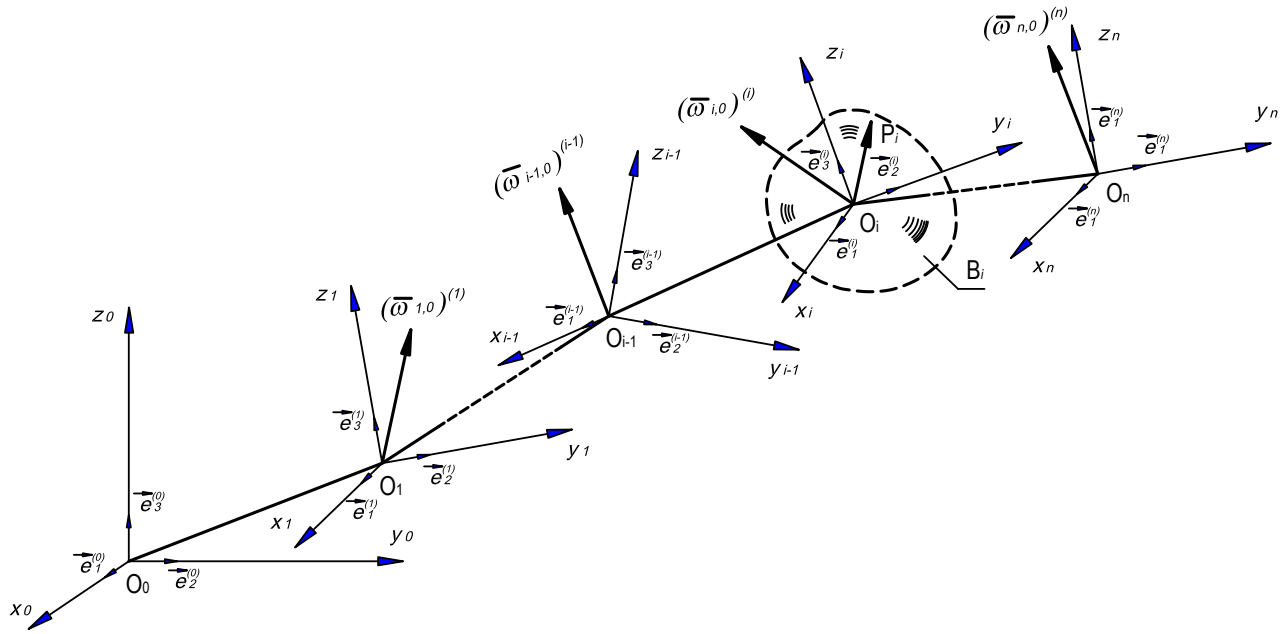

Figura 1.Sistemele de refeință în spațiu

Dacă poziția punctului P_i în raport cu sistemul de referință fix $O_0x_0y_0z_0$ este exprimată sub formă matriceală, atunci Eq. (2) poate fi rescrisă astfel:

$$\begin{aligned}\{O_0P_i\}_{(0)} &= [I].\{O_0O_1\}_{(0)} + {}^0_1[R].\{O_1O_2\}_{(1)} + {}^0_2[R].\{O_2O_3\}_{(2)} + \\ &+ {}^0_3[R].\{O_3O_4\}_{(3)} + \ldots + {}^0_{i-1}[R].\{O_{i-1}O_i\}_{(i-1)} + {}^0_i[R].\{O_iP_i\}_{(i)}\end{aligned}, \tag{3}$$

sau sub forma generalizată

$$\{O_0P_i\}_{(0)} = [I].\{O_0O_1\}_{(0)} + \sum_{k=2}^{i} {}^0_{k-1}[R].\{O_{k-1}O_k\}_{(k-1)} + {}^0_i[R].\{O_iP_i\}_{(i)}, \tag{4}$$

unde $[I]$ reprezintă matricea unitate de dimensiunea 3×3 și ${}^0_k[R]$ reprezintă matricea de transformare care descrie orientarea/poziția sistemului de referință $O_kx_ky_kz_k$ în raport cu sistemul de referință fix $O_0x_0y_0z_0$ (unde k=1, 2,…, i).

Viteza liniară a punctului P_i în raport cu sistemul de referința fix $O_0x_0y_0z_0$ se obține derivând în raport cu timpul Eq. (4):

$$\begin{aligned}\{V_{Pi}\}_{(0)} &= \frac{d}{dt}\left(\{O_0P_i\}_{(0)}\right) = [I].\frac{d}{dt}\left(\{O_0O_1\}_{(0)}\right) + \\ &+ \sum_{k=2}^{i}\left({}^0_{k-1}[\dot{R}].\{O_{k-1}O_k\}_{(k-1)} + {}^0_{k-1}[R].\frac{d}{dt}\left(\{O_{k-1}O_k\}_{(k-1)}\right)\right) + . \\ &+ {}^0_i[\dot{R}].\{O_iP_i\}_{(i)} + {}^0_i[R].\frac{d}{dt}\left(\{O_iP_i\}_{(i)}\right)\end{aligned} \tag{5}$$

2.2. Determinarea vitezei unghiulare a unui solid rigid care aparține mecanismului

Considerând corpul (B_i) căruia i se atașează un sistem de referință $O_ix_iy_iz_i$ (Figura 1Figure 1). Vectorul viteză unghiulara $\vec{\omega}_{i,0}$ se poate scrie sub formă matriceală datorită legăturilor (B_{i-1}) (i=1,2…,n), după cum urmează:

$$\{\omega_{i,0}\}_{(i)} = {}^{i}_{i-1}[R].\{\omega_{i-1,0}\}_{(i-1)} + \{\omega_{i,i-1}\}_{(i)}. \tag{6}$$

În mod similar se pot scrie și celelate viteze unghiulare

$$\begin{aligned}
&\{\omega_{i-1,0}\}_{(i-1)} = {}^{i-1}_{i-2}[R].\{\omega_{i-2,0}\}_{(i-2)} + \{\omega_{i-1,i-2}\}_{(i-1)} \\
&\{\omega_{i-2,0}\}_{(i-2)} = {}^{i-2}_{i-3}[R].\{\omega_{i-3,0}\}_{(i-3)} + \{\omega_{i-2,i-3}\}_{(i-2)}, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\{\omega_{2,0}\}_{(2)} = {}^{2}_{1}[R].\{\omega_{1,0}\}_{(1)} + \{\omega_{2,1}\}_{(2)} \\
&\{\omega_{1,0}\}_{(1)} = [I].\{\omega_{1,0}\}_{(1)}.
\end{aligned} \tag{7}$$

Înlocuind succesiv expresiile finale în cele inițiale rezultate din relațiile (6), (7), se obține forma generalizată a vitezei unghiulare a corpului (B_i) sub forma matriceală

$$\{\omega_{i,0}\}_{(i)} = \sum_{k=1}^{i-1} {}^{i}_{k}[R].\{\omega_{k,k-1}\}_{(k)} + \{\omega_{i,i-1}\}_{(i)}, \tag{8}$$

unde ${}^{k}_{k-1}[R]$ reprezintă matricea care descrie orientarea/poziția relativă a sistemului de referință $O_{k-1}x_{k-1}y_{k-1}z_{k-1}$ în raport cu sistemul de referință $O_kx_{kk}y_kz_k$ (unde k=1, 2,…, i),

$\{\omega_{k,k-1}\}_{(k)}$ reprezintă viteza unghiulară a corpului (B_k) în raport cu (B_{k-1}) definit față de sistemul de referință $O_kx_{kk}y_kz_k$ (unde k=1, 2,…, i),

$\{\omega_{i,0}\}_{(i)}$ reprezintă viteza unghiulară a corpului (B_i) în raport cu sistemul de referință fix, definit în sistemul $O_ix_iy_iz_i$,

${}^{i}_{k}[R]$ reprezintă matricea care descrie orientarea/poziția relativă a sistemului de referință $O_kx_ky_kz_k$ în raport cu sistemul de referință $O_ix_{ik}y_iz_i$ (unde k=1, 2,…, i-1) , și are următoarea expresie

$${}^{i}_{k}[R] = {}^{i}_{i-1}[R].\,{}^{i-1}_{i-2}[R]\ldots{}^{k+1}_{k}[R]\,. \tag{9}$$

Folosind Eq. (8) se poate scrie forma generalizată a vitezei unghiulare a corpului (B_i) exprimată în raport cu sistemul de referință fix $O_0x_0y_0z_0$., astfel multiplicând Eq. (8) cu ${}^{0}_{i}[R]$, se obține

$${}^{0}_{i}[R].\{\omega_{i,0}\}_{(i)} = \sum_{k=1}^{i-1} {}^{0}_{i}[R].\,{}^{i}_{k}[R].\{\omega_{k,k-1}\}_{(k)} + {}^{0}_{i}[R].\{\omega_{i,i-1}\}_{(i)}, \tag{10}$$

sau

$$\{\omega_{i,0}\}_{(0)} = \sum_{k=1}^{i-1} {}^{0}_{k}[R].\{\omega_{k,k-1}\}_{(k)} + \{\omega_{i,i-1}\}_{(0)}, \tag{11}$$

unde $\{\omega_{i,0}\}_{(0)}$ este viteza unghiulară a corpului (B_i) exprimată în raport cu sistemul de referință $O_0x_{0k}y_0z_0$, și ${}^{0}_{k}[R]$ reprezintă matricea care descrie orientarea/poziția relativă a sistemului de referință $O_kx_ky_kz_k$ în raport cu sistemul de referință $O_0x_{0k}y_0z_0$ (unde k=1, 2,…, i-1), și are următoarea expresie:

$$ {}^{0}_{k}[R] = {}^{0}_{1}[R] . {}^{1}_{2}[R] ... {}^{k-1}_{k}[R] . \tag{12} $$

2.3. Ecuațiile de mișcare ale sistemului de corpuri

Derivând ecuațiile de mișcare aplicabile unui sistem de puncte materiale, ecuațiile Lagrange pot fi folosite și în cazul sistemelor de corpuri.

Pentru un sistem neolonom, ecuațiile Lagrange pentru un sistem cu n coordonate generalizate

$$ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial E}{\partial q_j} = Q_j + \sum_{i=1}^{n_C} \lambda_i a_{ij} \ , \ (j = 1, 2, ..., n) , \tag{13} $$

sunt completate cu n_C condiții

$$ C_i(\dot{\vec{q}}, \vec{q}, t) = 0 \ , \ (i = 1, 2, ..., n_C) , \tag{14} $$

unde, $a_{ij} = \dfrac{\partial C_i}{\partial q_j}$ reprezintă coeficientul multiplicatorului λ_i.

Pentru un sistem olonom, restricțiile sunt scrise

$$ C_i(\vec{q}, t) = 0 \ , \ (i = 1, 2, ..., n_C) , \tag{15} $$

astfel ecuațiile de mișcare pentru un sistem olonom sunt exprimate

$$ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial E}{\partial q_j} = Q_j + \frac{\partial}{\partial q_j} \sum_{i=1}^{n_C} \lambda_i C_i \ , \ (j = 1, 2, ..., n) . \tag{16} $$

Definind funcția analitică

$$ U = \sum_{i=1}^{n_C} \lambda_i C_i \ , \tag{17} $$

Eq. (16) poate fi scrisă sub forma

$$ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial E}{\partial q_j} = Q_j + \frac{\partial U}{\partial q_j} , \ (j = 1, 2, ..., n) . \tag{18} $$

Plecând de la n ecuații diferențiale și folosind n_C condiții, coordonatele generalizate q_j și multiplicatorii Lagrange λ_i pot fi determinați.

2.4. Metoda de calcul a forțelor interne

Pentru un sistem mecanic cu n grade de libertate, reprezentate prin coordonatele generalizate q_j (j=1,2…, n) , ecuațiile Lagrange sunt exprimate sub următoarea formă

$$ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial E}{\partial q_j} = \frac{\partial U}{\partial q_j} + Q_j^* , \ (j = 1, 2, ..., n) . \tag{19} $$

Forța internă Q_{n+1}, noua forță generalizată, poate fi calculată dacă o nouă mobilitate fictivă este luată în considerare, astfel sistemul mecanic va avea (n+1) grade de libertate. Noua mobilitate este exprimată cu ajutorul expresiei

$$ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_{n+1}}\right) - \frac{\partial E}{\partial q_{n+1}} = \frac{\partial U}{\partial q_{n+1}} + Q_{n+1} . \tag{20} $$

Forța internă $\Re_{n+1}$ poate fi determinată cu ușurință din Eq. (20) sub forma

$$ \Re_{n+1} = \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_{n+1}}\right) - \frac{\partial E}{\partial q_{n+1}} - \frac{\partial U}{\partial q_{n+1}} \right]_{\substack{q_{n+1}=0 \\ \dot{q}_{n+1}=0 \\ \ddot{q}_{n+1}=0}} . \tag{21} $$

3. Calculul forțelor interne în mecanismele plane

3.1. Determinarea forțelor interne în cadrul unui element al mecanismului

S-a considerat mecanismul bielă-manivelă reprezentat în Figura 2.

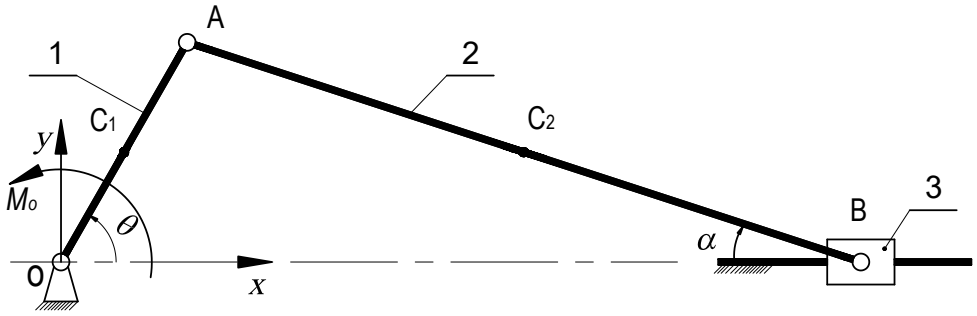

Figura 2. Mecanism bielă-manivelă

Mecanismul este format din manivela (1) de lungime $OA=r$ și masa m_1, biela (2) de lungime $AB=l$ și masa m_2, și culisa (3) adimensională de masă m_3. Mecanismul este pus în mișcare datorită unui moment M_o care acționează în jurul punctului O al manivelei OA.

3.1.1. Determinarea reacțiunilor

Pentru calcului forței care apare la punctul B presupunând că frecarea pe direcția orizontală este neglijabilă, v este considerată deplasarea suplimentară. Astfel sunt considerate coordonatele generalizate $(q_1, q_2) = (\theta, v)$, după cum s-a arătat în Figura 3.

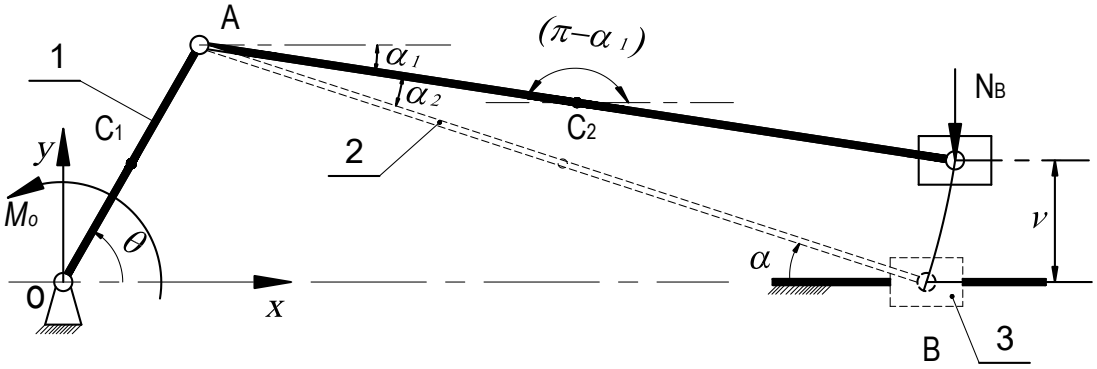

Figura 3. Deplasarea virtuală suplimentară corespunzătoare reacțiunii din B

Energia cinetică este exprimată sub forma

$$E = \frac{1}{2}\{\omega_1\}^T.\{J_o\}.\{\omega_1\} + \frac{1}{2}\{\dot{r}_{C2}\}^T.m_2.\{\dot{r}_{C2}\} + \\ + \frac{1}{2}\{\omega_2\}^T.\{J_{C2}\}.\{\omega_2\} + \frac{1}{2}\{\dot{r}_{C3}\}^T.m_3.\{\dot{r}_{C3}\}, \tag{22}$$

unde momentele de inerție pentru manivela (1) articulată în punctul O, și pentru biela (2) cu centrul de masă în C_2 sunt $\{J_o\}$, respectiv $\{J_{C2}\}$; $\{\omega_1\}, \{\omega_2\}$ reprezintă vitezele unghiulare, iar $\{\dot{r}_{C2}\}, \{\dot{r}_{C3}\}$ reprezintă derivatele de ordinul întâi ale vectorilor de poziție ale centrelor de masă în sistemul de referință inerțial.

Funcția de forță care celculează/exprimă forța generalizată conservatoare este sub forma

$$U = -\frac{m_1 g r \sin\theta}{2} - m_2 g\left(\frac{r\sin\theta}{2} + \frac{r v^2 \sin\theta}{4(l^2 - r^2\sin^2\theta)} + \frac{v}{2}\right) - m_3 g v, \tag{23}$$

astfel că forța conservatoare generalizată corespunzătoare lui v este calculată ca

$$Q_v^c = \frac{\partial U}{\partial v} = -\frac{m_2 g r v \sin\theta}{2\left(l^2 - r^2 \sin^2\theta\right)} - \frac{m_2 g}{2} - m_3 g\,, \tag{24}$$

iar forța externă generalizată care acționează asupra mecanismului și corespunde lui v este determinată sub forma

$$Q_v^{dib} = \frac{\delta L_v(M)}{\delta v} = 0\,. \tag{25}$$

Folosind derivatele parțiale în raport cu v , precum și derivatele totale ale ecuațiilor Lagrange împreuna cu Eq. (21), reacțiunea care apare la punctul B este

$$N_B = -\Re_v = \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{v}}\right) - \frac{\partial E}{\partial v} - \frac{\partial U}{\partial v} - \frac{\delta L_v(\vec{M})}{\delta v}\right]\Bigg|_{\substack{v=0\\ \dot{v}=0\\ \ddot{v}=0}}. \tag{26}$$

După ce forța N_B este determinată, mecanimul bielă-manivelă considerat un sistem cu buclă-închisă (closed-loop) va deveni un sistem cu buclă-deschisă (open-loop) prin înlocuirea legăturii de la punctul B cu forța corespunzătoare acesteia, astfel forțele interne vor fi determinate pentru bucla-deschisă (open-loop).

3.1.2. Determinarea forței axiale, forței de forfecare și a momentului de încovoiere

Pentru a putea calcula forțele interne, este necesară introducerea unor deplasări suplimentare:

- "*u*", este deplasarea virtuală corespunzătoare forței axiale (Figura 4) . Astfel $(q_1, q_2) = (\theta, u)$ sunt folosite drept coordonate generalizate.
- "*s*", este deplasarea virtuală corespunzătoare forței de forfecare (Figura 5). Astfel $(q_1, q_2) = (\theta, s)$ sunt folosite drept coordonate generalizate.
- "φ",este deplasarea virtuală corespunzătoare momentului de încovoiere (Figura 6). Astfel, $(q_1, q_2) = (\theta, \varphi)$ sunt folosite drept coordinate generalizate.

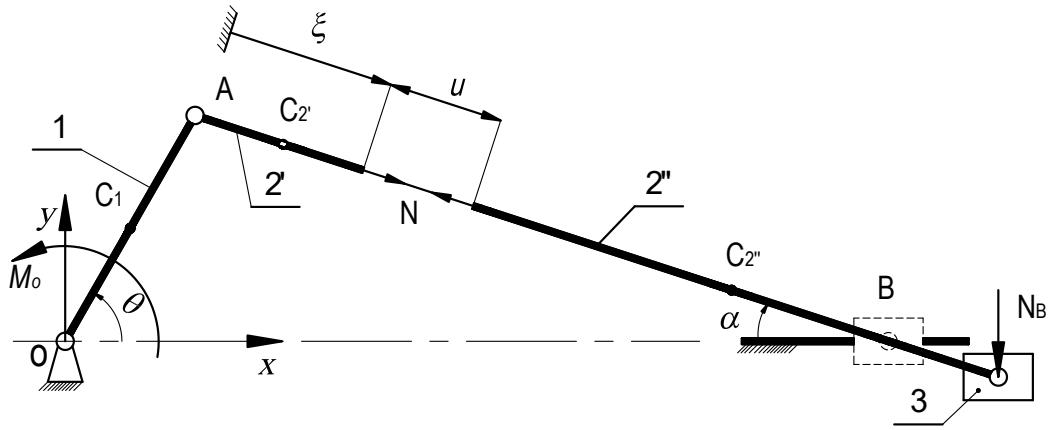

Figura 4. Deplasarea virtuală corespunzătoare forței axiale

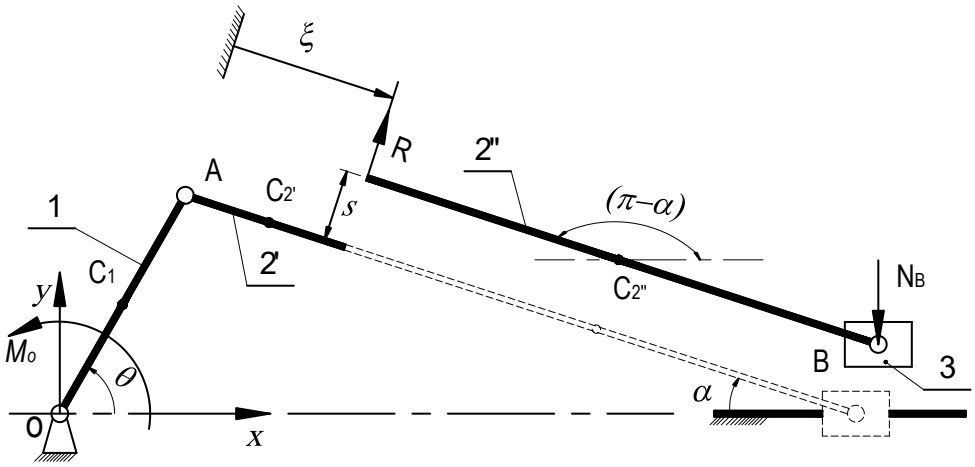

Figura 5. Deplasarea virtuală corespunzătoare forței de forfecare

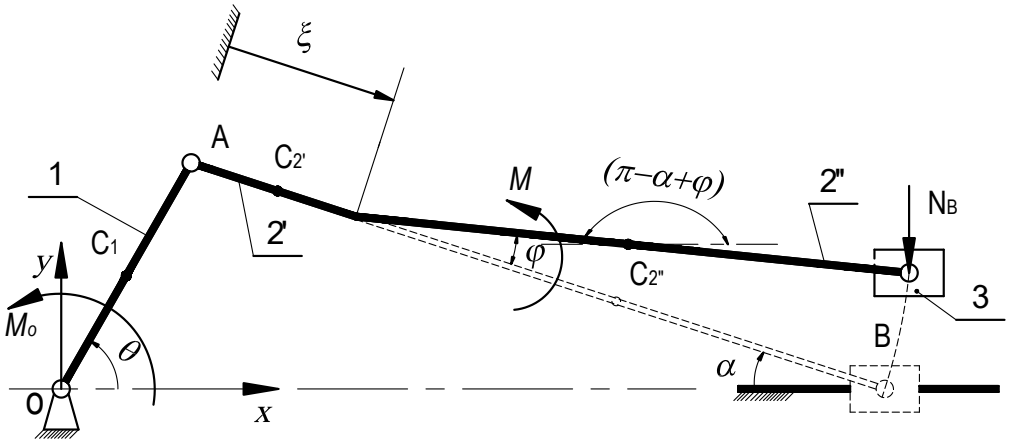

Figura 6. Deplasarea virtuală corespunzătoare momentului de încovoiere

Aplicând metoda propusă, se va obține forma generală a forțelor interne, pentru legea de mișcare pentru manivelă (1):

$$\theta = \Omega_o t + \frac{\varepsilon_o}{2} t^2, \tag{27}$$

unde $\Omega_o = 25\pi\ (rad/s)$, $\varepsilon_o = \frac{\pi}{100}\ (rad/s^2)$.

Astfel atribuind mecanismului anumite dimensiuni și caracteristici inerțiale: $m_1 = 0.1\ (kg)$; $r = 0.1\ (m)$; $m_2 = 0.1\ (kg)$; $l_2 = 0.2\ (m)$; $m_3 = 0.1\ (kg)$, și folosind software-ul Matlab, s-au determinat grafice care arată variația reacțiunii în raport cu timpul, precum și variația forțelor interne în raport cu *ξ/l.*

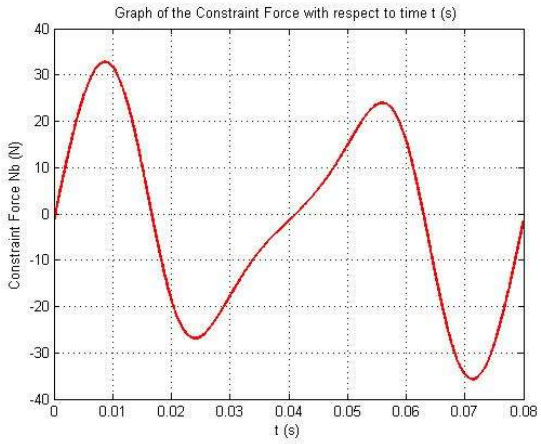

Figura 1. Reacțiunea din punctul B în raport cu timpul

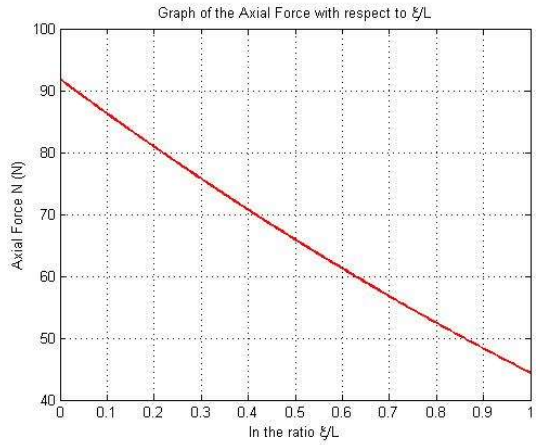

Figura 2. Variația forței axiale în raport cu "ξ/l " la momentul de timp t=0.03(s).

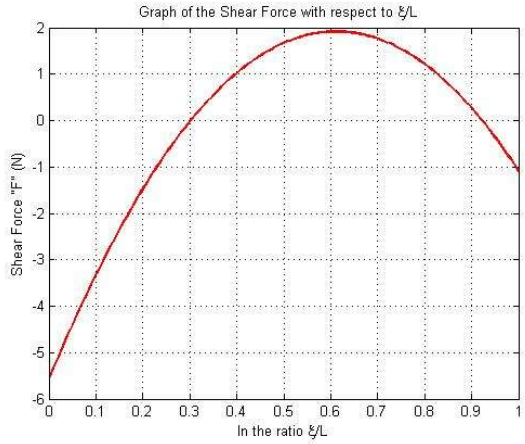

Figura 3. Variația forței de forfecare în raport cu "ξ/l " la momentul de timp t=0.03(s).

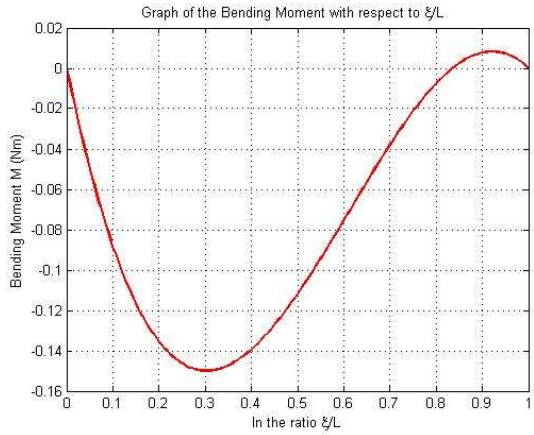

Figura 4. Variația momentului de încovoiere în raport cu "ξ/l " la momentul de timp t=0.03(s).

3.2. Calcularea forțelor interne într-un grup de legături

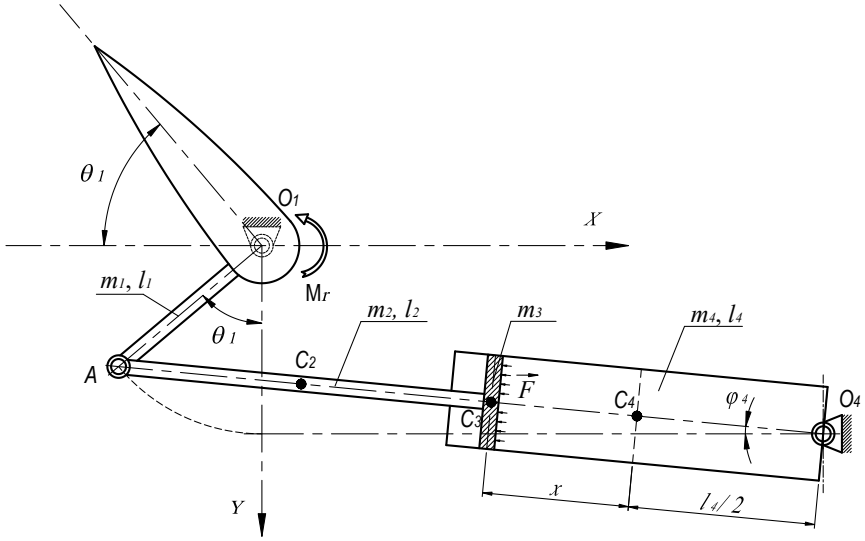

Figura 5. Sistemul de control al profundorului

Sistemul de control al profundorului descris în Figure 11, este folosit ca model pentru determinarea forțelor interne. Pentru simplitate, se presupune că elementul (1) al sistemului este o bară de lungimea l_1 și masa m_1, tija pistonului (2) este o bară de lungimea l_2 și masa m_2, pistonul este o placă de rază R_2 și masă m_3, iar cilindrul (4) este caracterizat de razele R_1 , R_2, lungimea l_4 și masa m_4.

Pentru a simplifica determinarea expresiilor cinematice necesare ecuațiilor Lagrange, sistemul a fost transformat în sistem buclă- deschisă (open-loop). Pentru aceasta, legătura de la O_4 a fost înlocuită de reacțiunea corespunzătoare, care poate fi considerată suma a două componente: reacțiunea normală $\vec{f}_n$ cu direcția de-a lungul axei centrale a cilindrului , și reacțiunea tangențială $\vec{f}_t$ perpendiculară pe $\vec{f}_n$. Ambele reacțiuni se află în planul vertical.

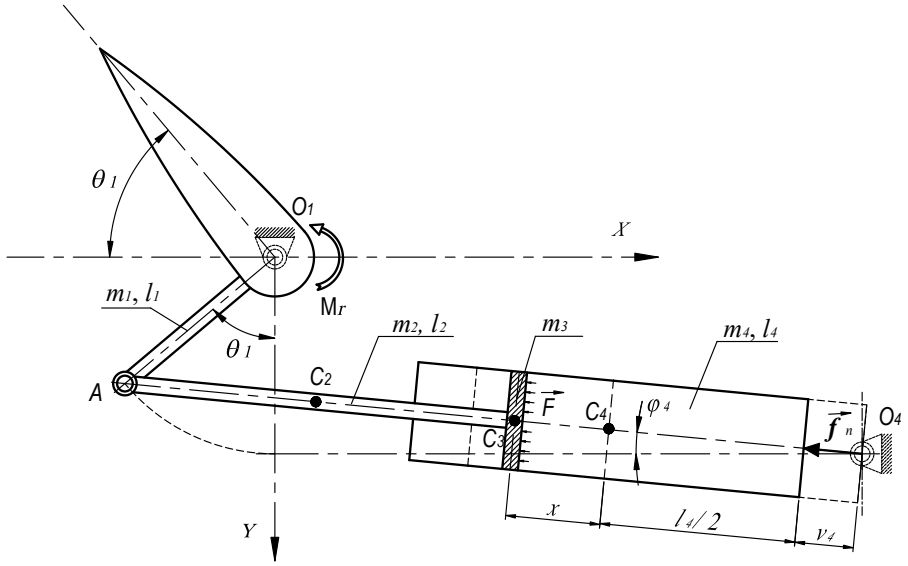

Figura 6.Diagrama pentru calculul reacțiunii normale

Presupunând că mobilitatea suplimentară care corespunde reacțiunii normale $\vec{f}_n$ este v_4, coordonatele generalizate pentru mecanismul descris sunt $(q_1, q_2) = (\theta_1, v_4)$ (Figure 12).

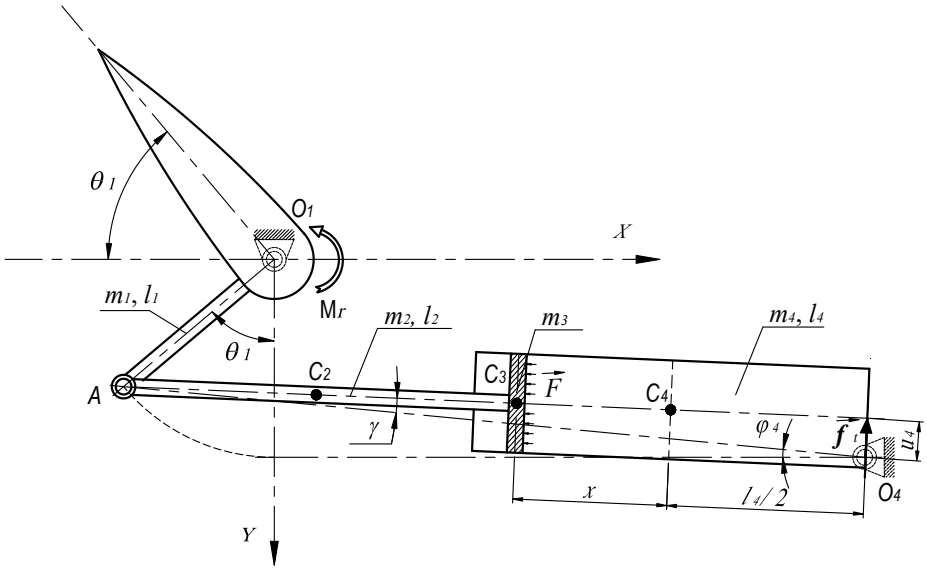

Figura 7. Diagrama pentru calculul reacțiunii tangențiale

În mod similar, pentru reacțiunea tangențială $\vec{f}_t$, coordonatele generalizate sunt $(q_1, q_2) = (\theta_1, u_4)$ (Figure 13).

Pentru determinarea forțelor interne, se introduc deplasări suplimentare pentru fiecăre caz în parte:

- "s_1" este deplasarea virtuală suplimentară corespunzătoare forței de forfecare (Figure 14). Astfel că $(q_1, q_2) = (\theta_1, s_1)$ sunt alese drept coordonate generalizate.

- "α_3" este deplasarea virtuală suplimentară corespunzătoare momentului de încovoiere (Figure 15). Astfel $(q_1, q_2) = (\theta_1, \alpha_3)$ sunt folosite drept coordonate generalizate.

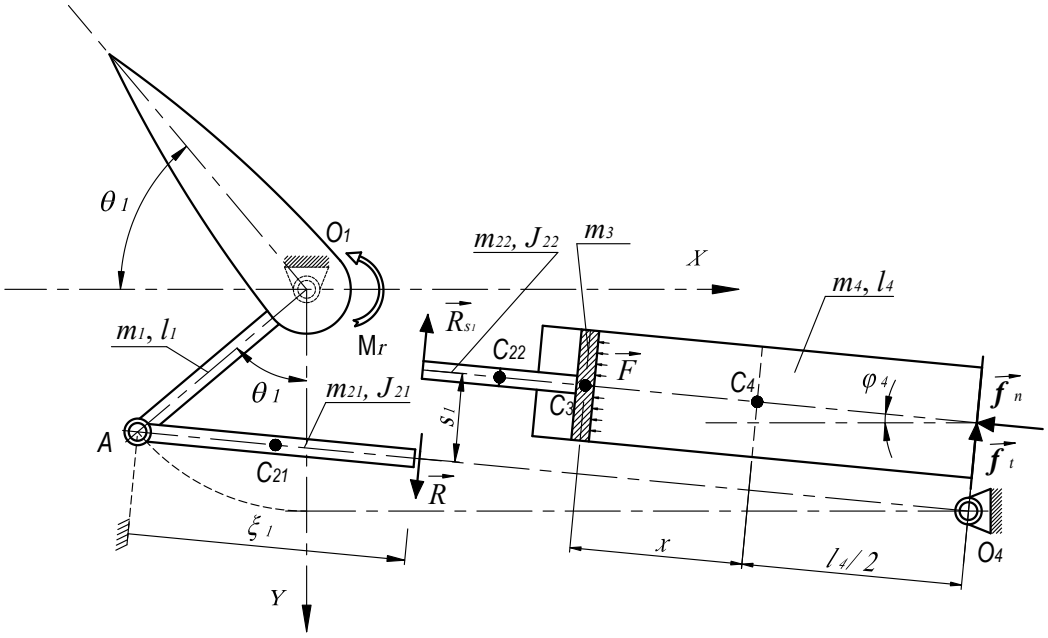

Figura 8. Diagrama pentru calculul forței de forfecare

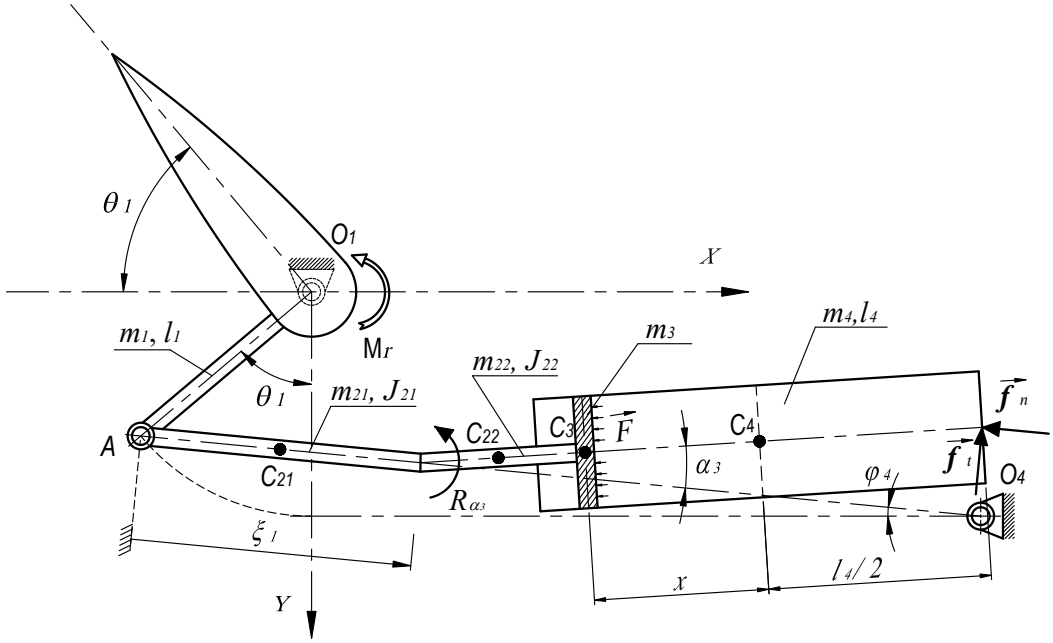

Figura 9. Diagrama pentru calculul momentului de încovoiere

După determinarea termenilor necesari și aplicarea metodei propuse, forțele interne se vor determina foarte ușor. Pentru a putea efectua o simulare , sistemului de control al profundorului i se vor atribui următoarele date numerice:

$l_1 = 0.5(m)$, $l_2 = 1(m)$, $l_4 = 1(m)$; $m_1 = 2(kg)$, $m_2 = 4(kg)$, $m_3 = 1(kg)$, $m_4 = 5(kg)$.

Pentru problema inveră a dinamicii, legătura (1) este impusă datorită legii de mișcare

$$\theta_1 = \Omega_0 t + \frac{\varepsilon_0}{2} t^2 ,(rad), \tag{28}$$

cu momentul M_r având următoarea formă

$$M_r = \frac{9.10^4}{\pi} \theta_1 \ ,(Nm), \tag{29}$$

unde $\Omega_0 = \frac{\pi}{180}$,(rad/s); $\varepsilon_0 = \frac{\pi}{90}$, (rad/s^2).

Folosind metoda propusă, forțele interne pot fi calculate pentru orice poziție a mecanismului și la orice moment de timp pentru unghiul de rotație θ_1. S-au arătat și rezultate pentru cazul particular în care $\theta_1 = 0\ (rad)$, cu scopul de a efectua o comparație cu rezultatele obținute pentru sistemul static descris mai jos. Folosind programul Matlab, momentul de încovoiere M_{bd} și forța de forfecare F_1 în raport cu "$\frac{\xi_1}{\left(l_2 + l_4/2 + x\right)}$" de-a lungul tijei pistonului sunt calculate în Figure 16 , respectiv Figure 17.

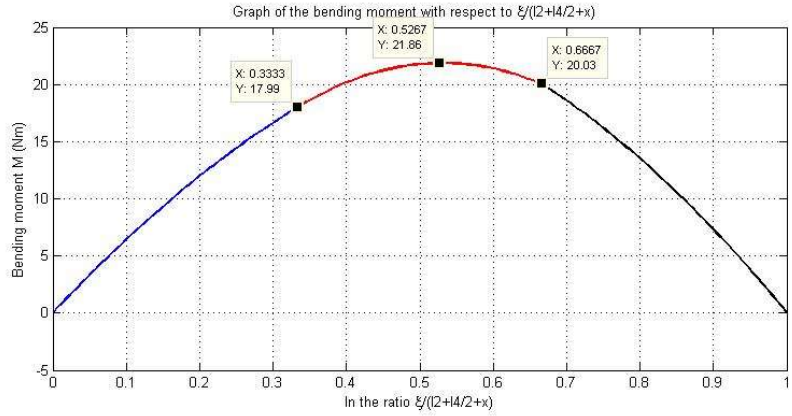

Figura 10. Variația momentului de încovoiere de-a lungul tijei pistonului la $\theta_1 = 0$ (rad)

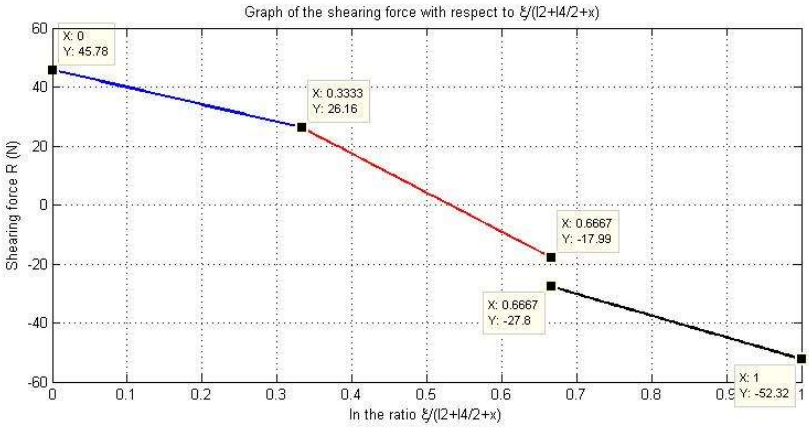

Figura 11. Variația forței de forfecare de-a lungul tijei pistonului la $\theta_1 = 0$ (rad)

Pentru verificarea rezultatelor de mai sus, sistemul de control al profundorului pentru valoarea $\theta_1 = 0\,(rad)$ este redus/simplificat la un sistem static, format dintr-o grindă acționată de forțe distribuite și concentrate compatibile cu caracteristicile geometrice și inerțiale ale mecanismului. Astfel, folosind metoda pentru a compara manual forța de forfecare și momentul de încovoiere, se obțin rezultatele din Figure 18.

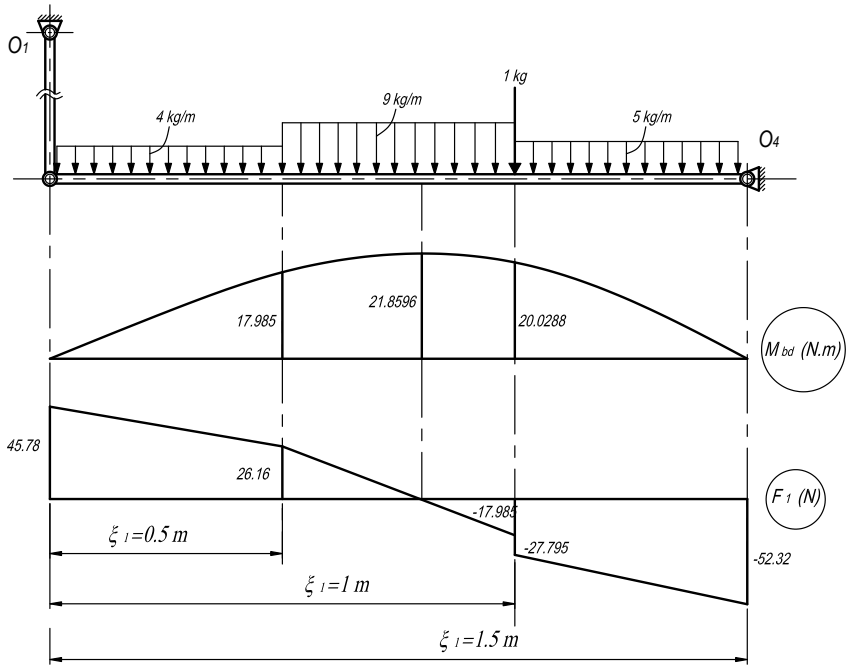

Figura 12. Diagrama forțelor interne pentru modelul simplificat

4. Determinarea forțelor interne pentru un mechanism spațial

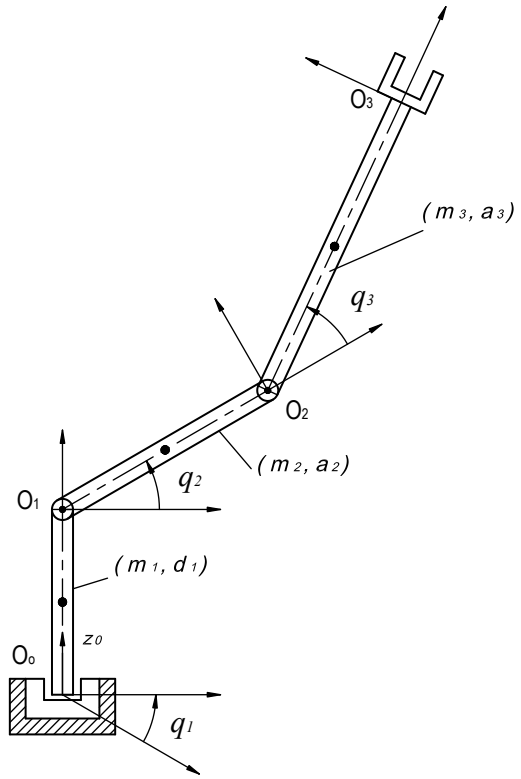

Figura 13. Model folosit pentru calculul forțelor interne

Brațul robotic descries în Figure 19 este folosit ca model pentru determinarea forțelor interne. Acest mecanism este foarte des folosit și are trei grade de libertate care corespund variabilelor unghiulare independente q_1, q_2 și q_3. Pentru a putea calcula forțele interne din efectorul final al mecanismului folosind ecuațiile Lagrange, este necesar să se determine mai întâi ecuațiile cinematice pentru vitezele liniare și unghiulare. Convenția Denavit-Hatenberg este o metodă foarte bine cunoscută pentru analizarea relațiilor/ecuațiilor cinematice din legăturile robotului. În plus, în această secțiune se va folosi de asemenea o metodă prezentată anterior, de determinare a ecuațiilor cinematice din legături, bazată pe poziția și orientarea legăturilor în raport cu sistemul de referință ales.

Rezultatele obținute vor fi comparate pentru verificarea corectitudinii metodei propuse.

4.1. Calculul forței axiale în efectorul final

Pentru calculul forței axiale din efectorul final, sunt atribuite sisteme de referință legăturilor mecanismului. După ce sistemele de referință au fost stabilite, se pot alege variabilele independente care descriu cel mai bine configurația mecanismului. Acestea au fost enunțate și evidențiate în figurile de mai jos, corespunzătoare fie metodei directe de aflare a ecuațiilor cinematice, fie metodei folosind convenția Denavit-Hatenberg.

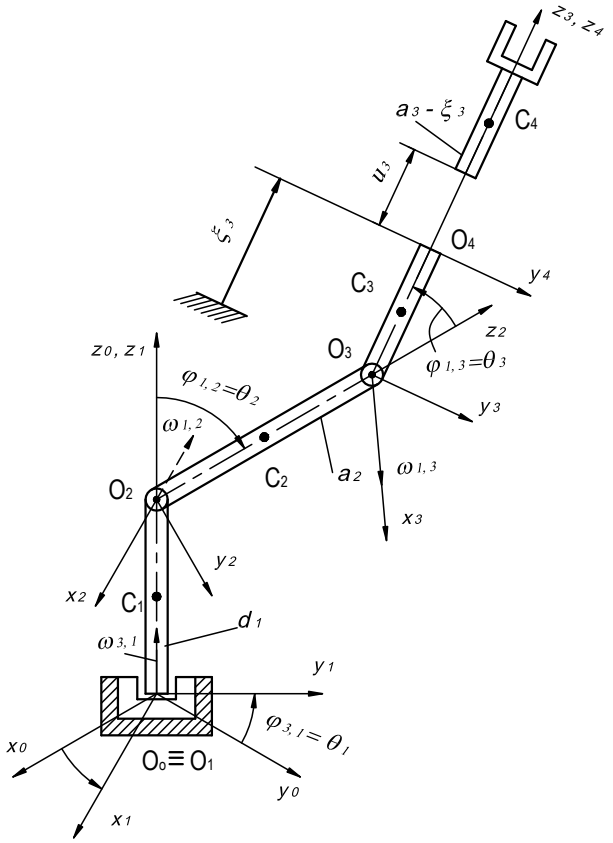

Figura 14.Stabilirea coordonatelor pentru calculul forței axiale prin metoda directă

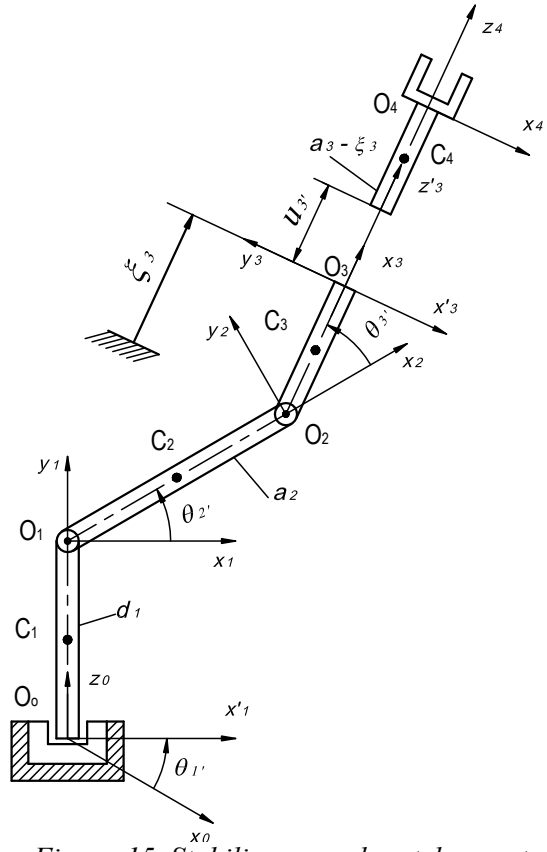

Figura 15. Stabilirea coordonatelor pentru calculul forței axiale folosind convenția Denavit-Hatenberg

Pentru determinarea ecuațiilor cinematice în mod direct, coordonatele generalizate alese sunt $q=(q_1,q_2,q_3,q_4)\equiv(\theta_1,\theta_2,\theta_3,u_3)$ (Figure 20). Pentru folosirea convenției Denavit-Hatenberg, coordonatele generalizate alese sunt $q=(q_1,q_2,q_3,q_4)\equiv(\theta_1',\theta_2',\theta_3',u_3')$ (Figure 21).

După aflarea termenilor necesari ecuațiilor Lagrange și folosirea Eq. (21), forța axială din efectorul final este determinată pentru fiecare caz în parte:

$$N_3 = \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{u}_3}\right) - \frac{\partial E}{\partial u_3} - \frac{\partial U}{\partial u_3} \right]\Bigg|_{\substack{u_3=0\\ \dot{u}_3=0\\ \ddot{u}_3=0}}$$

$$= \frac{-m_3\left(a_3-\xi_3\right)}{4a_3}.\begin{pmatrix} 4a_2.\ddot{\theta}_2.\sin\theta_3 - 4(a_3+\xi_3).\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3 + \\ +\begin{pmatrix} a_3+\xi_3-\xi_3.\cos(2\theta_2-2\theta_3)+2a_2.\cos\theta_3+ \\ -2a_2\cos(2\theta_2-\theta_3)-a_3.\cos(2\theta_2-2\theta_3) \end{pmatrix}.\dot{\theta}_1^2 + \\ +(2a_3+2\xi_3+4a_2.\cos\theta_3).\dot{\theta}_2^2 + \\ +(2a_3+2\xi_3).\dot{\theta}_3^2 - 4g.\cos(\theta_2-\theta_3) \end{pmatrix} \tag{30}$$

$$N_{3'} = \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{u}_{3'}}\right) - \frac{\partial E}{\partial u_{3'}} - \frac{\partial U}{\partial u_{3'}} \right]\Bigg|_{\substack{u_{3'}=0\\ \dot{u}_{3'}=0\\ \ddot{u}_{3'}=0}}$$

$$= \frac{-m_3\left(a_3-\xi_3\right)}{4a_3}.\begin{pmatrix} -4a_2.\ddot{\theta}_{2'}.\sin\theta_{3'} + 4(a_3+\xi_3).\dot{\theta}_{2'}.\dot{\theta}_{3'} + \\ +\begin{pmatrix} a_3+\xi_3+\xi_3.\cos(2\theta_{2'}+2\theta_{3'})+2a_2.\cos\theta_{3'}+ \\ +2a_2\cos(2\theta_{2'}+\theta_{3'})+a_3.\cos(2\theta_{2'}+2\theta_{3'}) \end{pmatrix}.\dot{\theta}_{1'}^2 + \\ +(2a_3+2\xi_3+4a_2.\cos\theta_{3'}).\dot{\theta}_{2'}^2 + \\ +(2a_3+2\xi_3).\dot{\theta}_{3'}^2 - 4g.\sin(\theta_{2'}+\theta_{3'}) \end{pmatrix}. \tag{31}$$

4.2. Determinarea forței de forfecare din efectorul final

În mod similar, pentru determinarea forței de forfecare din efectorul final, sunt atribuite sisteme de referință legăturilor mecanismului, după care, se aleg coordonatele generalizate care să corespundă fie metodei directe, fie convenției Denavit-Hatenberg. Pentru cazul în care ecuațiile cinematice se determină în mod direct, s-au ales coordonatele generalizate $q=\left(q_1,q_2,q_3,q_4\right)\equiv\left(\theta_1,\theta_2,\theta_3,S_3\right)$ prezentate în Figure 22. Pentru cazul folosirii conveției Denavit-Hatenberg s-au ales coordonatele generalizate $q=\left(q_1,q_2,q_3,q_4\right)\equiv\left(\theta_{1'},\theta_{2'},\theta_{3'},S_{3'}\right)$ prezentate în Figure 23.

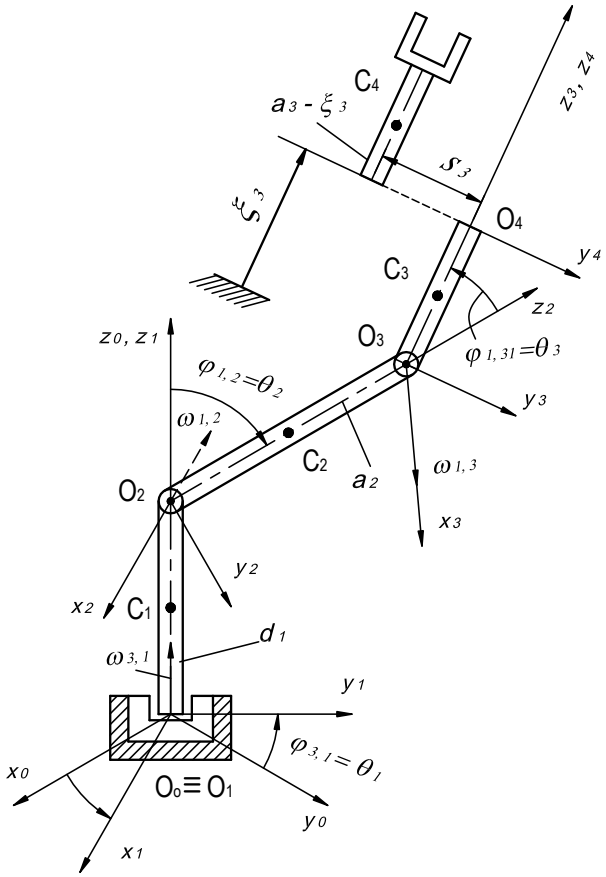

Figura 16. Stabilirea coordonatelor pentru calculul forței de forfecare folosind metoda directă

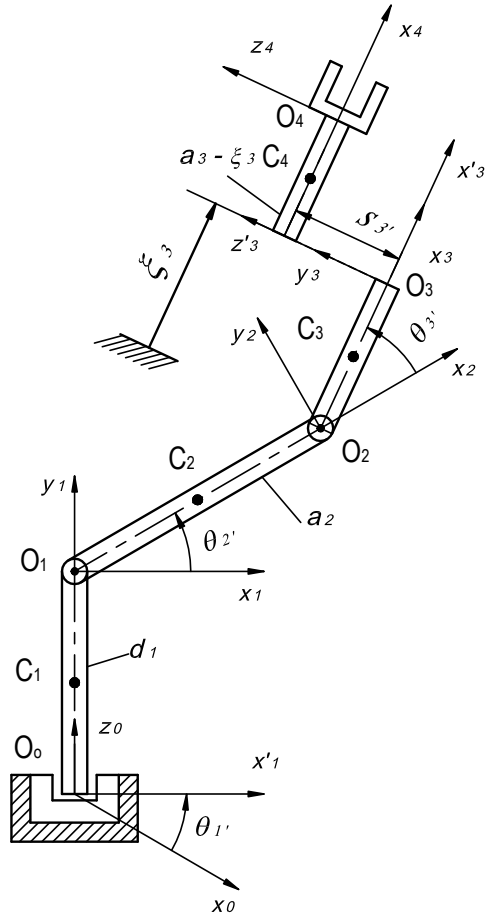

Figura 17. Stabilirea coordonatelor pentru calculul forței de forfecare folosind convenția Denavit-Hatenberg

După determinarea termenilor necesari ecuațiilor Lagrange și aplicarea Eq. (21), forța de forfecare din efectorul final este determinată în funcție de caz:

$$F_3 = \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{s}_3}\right) - \frac{\partial E}{\partial s_3} - \frac{\partial U}{\partial s_3}\right]\Bigg|_{\substack{s_3=0\\ \dot{s}_3=0\\ \ddot{s}_3=0}}$$

$$= \frac{m_3\left(a_3-\xi_3\right)}{4a_3}.\begin{pmatrix} \left(2a_3+2\xi_3\right).\ddot{\theta}_3 - \left(2a_3+2\xi_3+4a_2.\cos\theta_3\right).\ddot{\theta}_2 + \\ +\begin{pmatrix} 2a_2.\sin(2\theta_2-\theta_3)+a_3.\sin(2\theta_2-2\theta_3)+ \\ +\xi_3.\sin(2\theta_2-2\theta_3)+2a_2.\sin\theta_3 \end{pmatrix}.\dot{\theta}_1^2 + \\ +4a_2.\dot{\theta}_2^2.\sin\theta_3 + 4g.\sin(\theta_2-\theta_3) \end{pmatrix}, \tag{32}$$

$$F_{3'} = \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{s}_{3'}}\right) - \frac{\partial E}{\partial s_{3'}} - \frac{\partial U}{\partial s_{3'}} \right]\Bigg|_{\substack{s_{3'}=0 \\ \dot{s}_{3'}=0 \\ \ddot{s}_{3'}=0}}$$

$$= \frac{m_3\left(a_3-\xi_3\right)}{4a_3}.\begin{pmatrix} \left(2a_3+2\xi_3\right).\ddot{\theta}_{3'}+\left(2a_3+2\xi_3+4a_2.\cos\theta_{3'}\right).\ddot{\theta}_{2'}+ \\ +\begin{pmatrix} 2a_2.\sin(2\theta_{2'}+\theta_{3'})+a_3.\sin(2\theta_{2'}+2\theta_{3'})+ \\ +\xi_3.\sin(2\theta_{2'}+2\theta_{3'})+2a_2.\sin\theta_{3'} \end{pmatrix}.\dot{\theta}_{1'}^2+ \\ +4a_2.\dot{\theta}_{2'}^2.\sin\theta_{3'}+4g.\sin(\theta_{2'}+\theta_{3'}) \end{pmatrix}. \tag{33}$$

4.3. Determinarea momentului de încovoiere din efectorul final

În cazul determinării ecuațiilor cinematice în mod direct, s-au ales ca și coordonate generalizate $q=\left(q_1,q_2,q_3,q_4\right)\equiv\left(\theta_1,\theta_2,\theta_3,\varphi_3\right)$, evidențiate în Figure 22. Pentru folosirea convenției Denavit-Hatenberg, coordonatele generalizate $q=\left(q_1,q_2,q_3,q_4\right)\equiv\left(\theta_{1'},\theta_{2'},\theta_{3'},\varphi_{3'}\right)$ au fost alese(Figure 23).

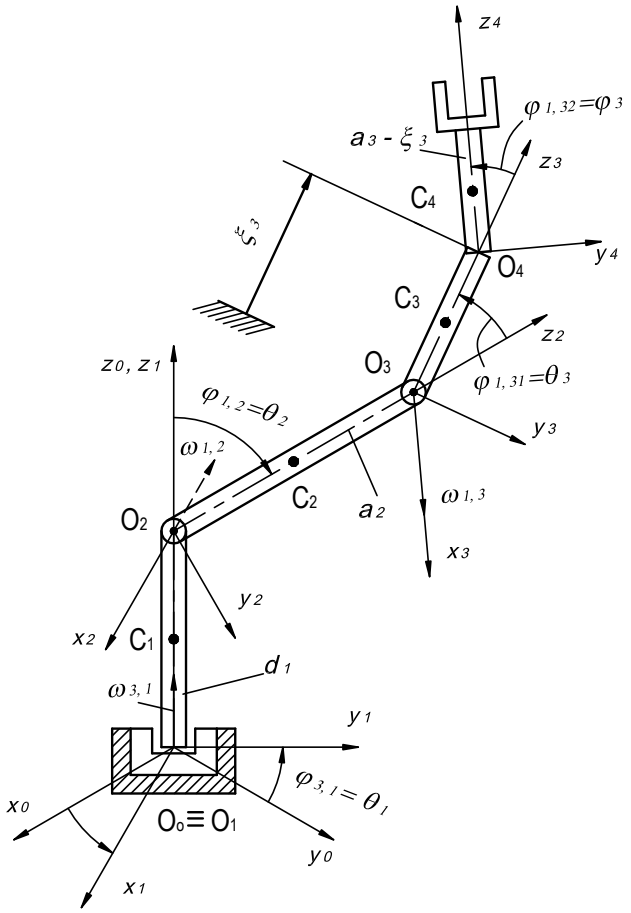

Figura 24. Stabilirea coordonatelor pentru calculul momentului de încovoiere prin metoda directă

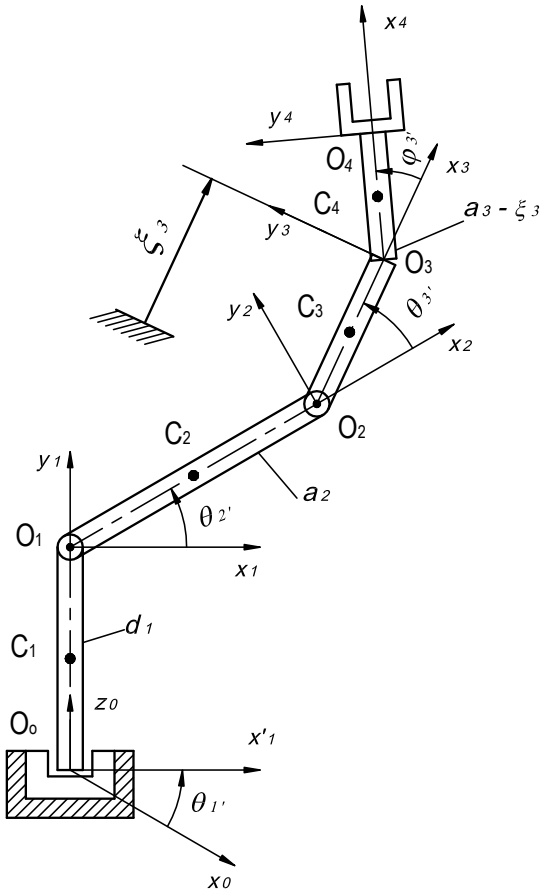

Figura 25. Stabilirea coordonatelor pentru calculul momentului de încovoiere folosind convenția Denavit-Hatenberg

După determinarea termenilor necesari ecuațiilor Lagrange și folosirea Eq. (21), momentul de încovoiere din efectorul final a fost calculat pentru ambele cazuri:

$$M_3 = -\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{\varphi}_3}\right) - \frac{\partial E}{\partial \varphi_3} - \frac{\partial U}{\partial \varphi_3}\right]\Bigg|_{\substack{\varphi_3=0\\ \dot{\varphi}_3=0\\ \ddot{\varphi}_3=0}}$$

$$= \frac{-m_3\left(a_3-\xi_3\right)^2}{12a_3}.\begin{pmatrix} (4a_3+2\xi_3).\ddot{\theta}_3 - (4a_3+2\xi_3+6a_2.\cos\theta_3).\ddot{\theta}_2 + \\ +\begin{pmatrix} 3a_2.\sin(2\theta_2-\theta_3)+2a_3.\sin(2\theta_2-2\theta_3)+ \\ +\xi_3.\sin(2\theta_2-2\theta_3)+3a_2.\sin\theta_3 \end{pmatrix}.\dot{\theta}_1^2 + \\ +6a_2.\dot{\theta}_2^2.\sin\theta_3 + 6g.\sin(\theta_2-\theta_3) \end{pmatrix}, \tag{34}$$

$$M_{3'} = -\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{\varphi}_{3'}}\right) - \frac{\partial E}{\partial \varphi_{3'}} - \frac{\partial U}{\partial \varphi_{3'}}\right]\Bigg|_{\substack{\varphi_{3'}=0\\ \dot{\varphi}_{3'}=0\\ \ddot{\varphi}_{3'}=0}}$$

$$= \frac{-m_3\left(a_3-\xi_3\right)^2}{12a_3}.\begin{pmatrix} (4a_3+2\xi_3).\ddot{\theta}_{3'} + (4a_3+2\xi_3+6a_2.\cos\theta_{3'}).\ddot{\theta}_{2'} + \\ +\begin{pmatrix} 3a_2.\sin(2\theta_{2'}+\theta_{3'})+2a_3.\sin(2\theta_{2'}+2\theta_{3'})+ \\ +\xi_3.\sin(2\theta_{2'}+2\theta_{3'})+3a_2.\sin\theta_{3'} \end{pmatrix}.\dot{\theta}_{1'}^2 + \\ +6a_2.\dot{\theta}_{2'}^2.\sin\theta_{3'} + 6g.\cos(\theta_{2'}+\theta_{3'}) \end{pmatrix}. \tag{35}$$

5. Controlul mișcării unui mecanism spațial cu patru grade de libertate

5.1. Simularea modelului și a ecuațiilor de mișcare

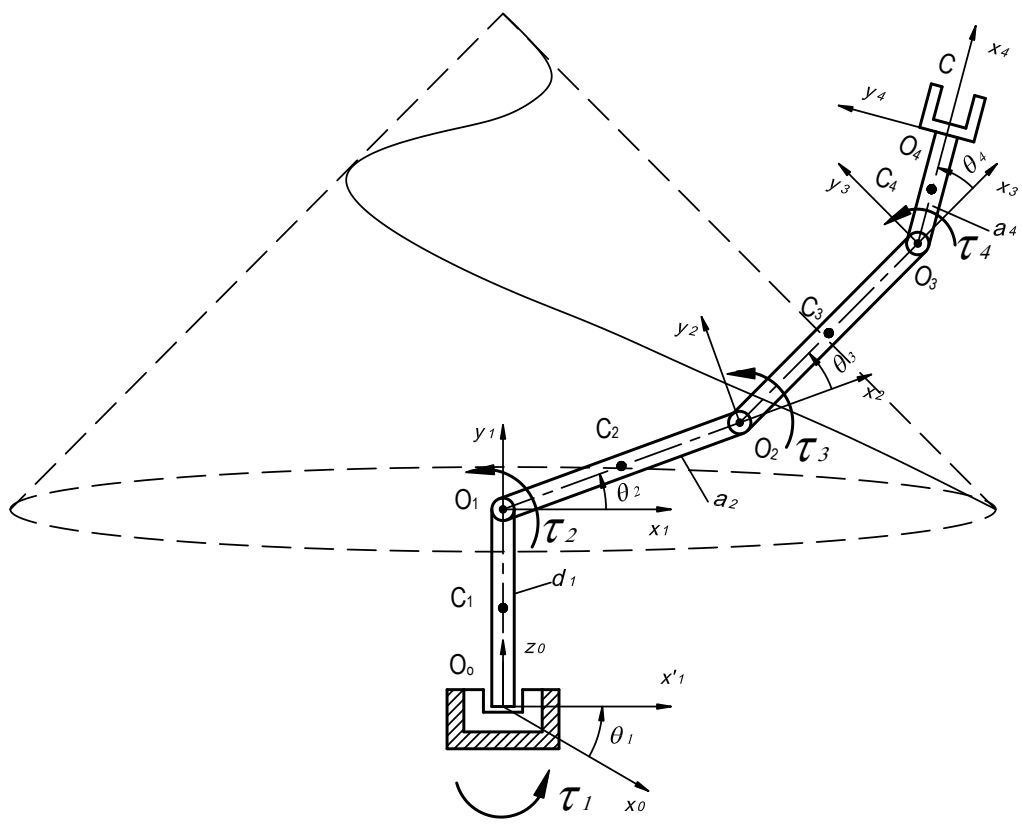

Figura 18. Mecanismul cu patru grade de libertate

Pentru a putea obține legea de control pentru un mecanism, s-a considerat ca model mecanismul articulat cu 4 grade de libertate din figura Figure 26. Primul corp/legătura (1) are lungimea d_1 și

masa m_1, și este acționat de un cuplu extern τ_1, care acționează în planul orizontal, în punctul O_0. Similar, corpurile/legăturile (2), (3) și (4) au lungimile a_2, a_3, a_4 și masele m_2, m_3, m_4, și sunt acționate de cuplurile externe τ_2, τ_3, τ_4 pe plan vertical , în punctele O_1, O_2 și O_3.

După cum s-a arătat, mecanismul are 4 grade de libertate, astfel s-a putut alege vectorul $\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4]$, cu unghiurile atribuite în concordanță cu convenția DH, ca și coordonate generalizate. Astfel ecuațiile de mișcare s-au scris ușor folosind ecuațiile Lagrange:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{\theta}_i}\right) - \frac{\partial E}{\partial \theta_i} = Q_i^* + \frac{\partial U}{\partial \theta_i}, \quad (i = 1, 2, 3, 4), \tag{36}$$

unde E este energia cinetică a mecanismului, U este funcția de forță și Q_i^* este forță externă generalizată care acționează pe corpul/legătura i, în cazul de față $Q_i^* = \tau_i \, (i = 1,2,3,4)$.

După determinarea termenilor necesari și înlocuirea acestora în Eq. (36), ecuațiile mișcării sunt obținute sub următoarea formă matriceală:

$$\mathbf{A}\ddot{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{B} = \boldsymbol{\tau}, \tag{37}$$

unde $\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \left[\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_3, \ddot{\theta}_4\right]^T$ este vectorul derivatelor de ordinul doi a coordonatelor articulaților mecanismului,

$\boldsymbol{\tau} = [\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4]^T$ este vectorul cuplului extern care acționează asupra articulațiilor în punctele O_0, O_1, O_2, și O_3,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$ este matricea de inerție.

5.2. Determinarea parametrilor optimali pentru controlere PID folosind GA

S-a considerat un exemplu simplu: controlul efectorului final al mecanismului cu 4 grade de libertate, astfel încât să urmeze traiectoria specificată pe suprafața unui con în planul *Oxyz* dată sub forma:

$$\sqrt{x^2 + y^2} + z = 0.25 \ \ (m), \tag{38}$$

sau sub forma dependentă de timp:

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} = 0.25\left(1 - \dfrac{t - t_o}{T_f - t_o}\right) = 0,25.\left(1 - \dfrac{t}{20}\right) \ \ (m) \\ z = 0.25\dfrac{t - t_o}{T_f - t_o} = 0,25.\dfrac{t}{20} \ \ (m) \end{cases}, \tag{39}$$

unde, r reprezintă raza,

z reprezintă înălțimea,

$t_o = 0$, $T_f = 20\,(s)$ reprezintă momentul inițial, respectiv final al procesului de analiză.

Există o multitudine de metode de control pentru un mechanism cu patru grade de libertate, dar în cazul de față am utilizat controlere PID datorită simplității lor. O problemă des întâlnită la folosirea controler-ului PID este determinarea parametrilor optimali, și anume, câștigul proporțional (proportional gain) K_P, câștigul integral (integral gain) K_I și câștigul derivate (derivative gain) K_D, din cauza schimbărilor constante care au loc în timpul procesului de analiză. Pentru a rezolva

această problemă, s-a folosit un GA pentru determinarea parametrilor necesari. Diagrama sistemului de control folosind GA pentru determinarea parametrilor optimali ai controler-ului PID este evidențiată în Figure 27.

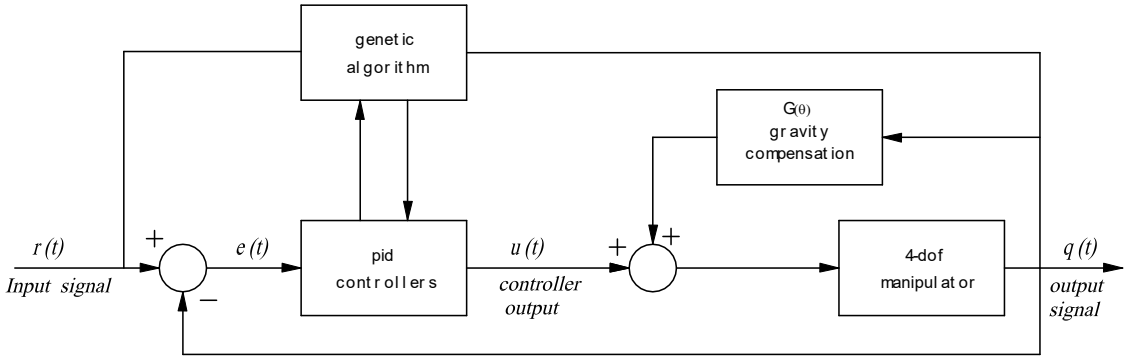

Figura 19. Diagrama PID cu GA

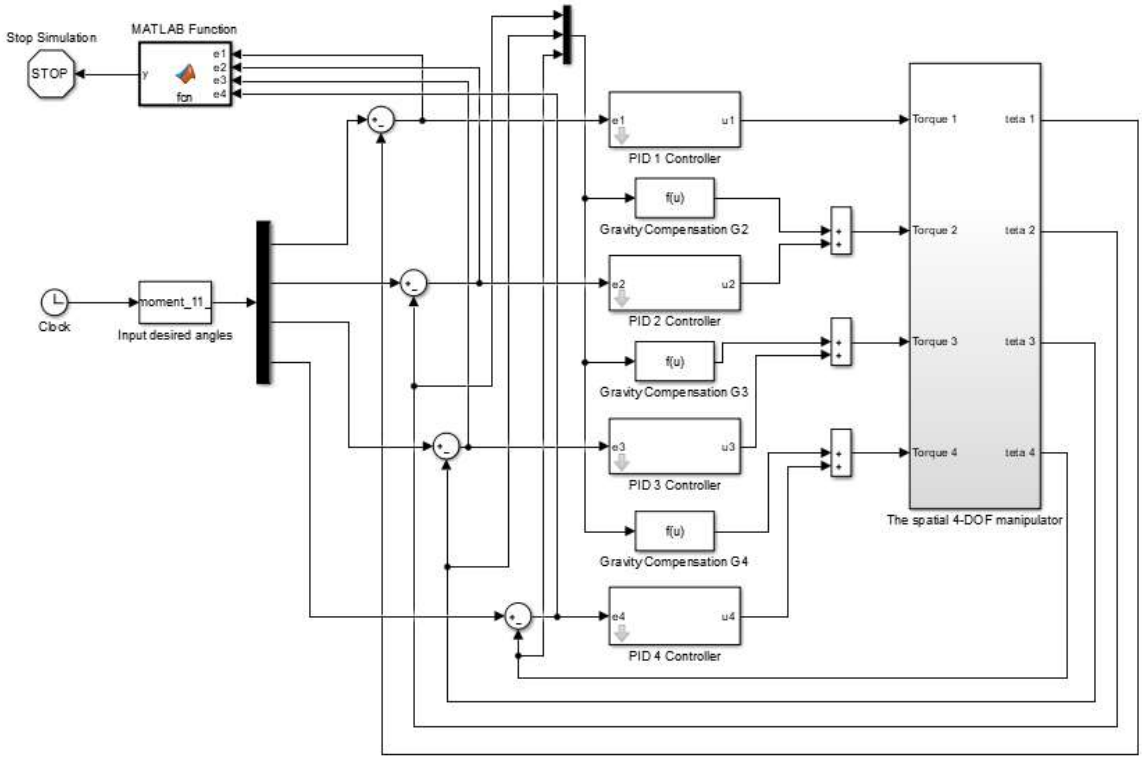

Figura 20. Schema completă a mecanismului cu 4 grade de libertate cu controlere PID

Pentru a putea efectua o simulare numerică, s-au folosit următoarele date geometrice și inerțiale: $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 0.1(kg)$; $d_1 = 0.1(m)$; $a_2 = a_3 = 0.13(m)$; $a_4 = 0.04\ (m)$, și condițiile inițiale:

$$\theta_1(t_o) = 0\ (rad), \qquad \dot{\theta}_1(t_o) = 0.03927\ (rad/s),$$

$$\theta_2(t_o) = -0.663070\ (rad), \qquad \dot{\theta}_2(t_o) = -0.056864\ (rad/s),$$

$$\theta_3(t_o) = 1.072371\ (rad), \qquad \dot{\theta}_3(t_o) = 0.210525\ (rad/s),$$

$$\theta_4(t_o) = 0.376097\ (rad), \qquad \dot{\theta}_4(t_o) = -0.153661\ (rad/s).$$

Folosind programul Matlab și GA pentru a adapta controlerele PID pentru sistemul descries, valorile K_{Pi}, K_{Ii}, K_{Di} (i=1, 2, 3, 4) au fost determinate după cum urmează:

$K_{P1} = 26.7600;\ K_{I1} = 1.1200;\ K_{D1} = -0.2500;$

$K_{P2} = 19.4350;\ K_{I2} = 21.2450;\ K_{D2} = -0.7900;$

$K_{P3} = 0.8100;\ K_{I3} = 0.1950;\ K_{D3} = -0.2850;$

$K_{P4} = 0.0160;\ K_{I4} = 0.0070;\ K_{D4} = -0.0020.$

Rezultatele obținute cu ajutorul modelului din Simulink, cât și a modelului SimMechanics, pentru parametrii PID ,sunt prezentate mai jos.

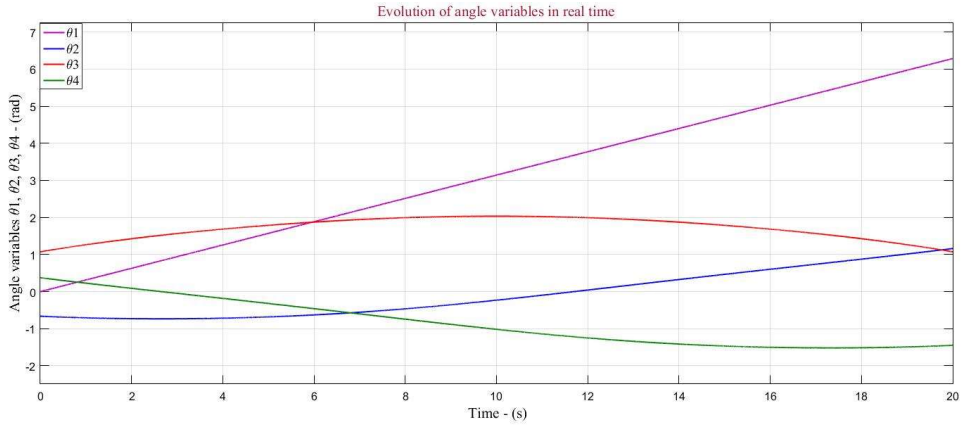

Figura 21. Evoluția coordonatelor $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ în timp real

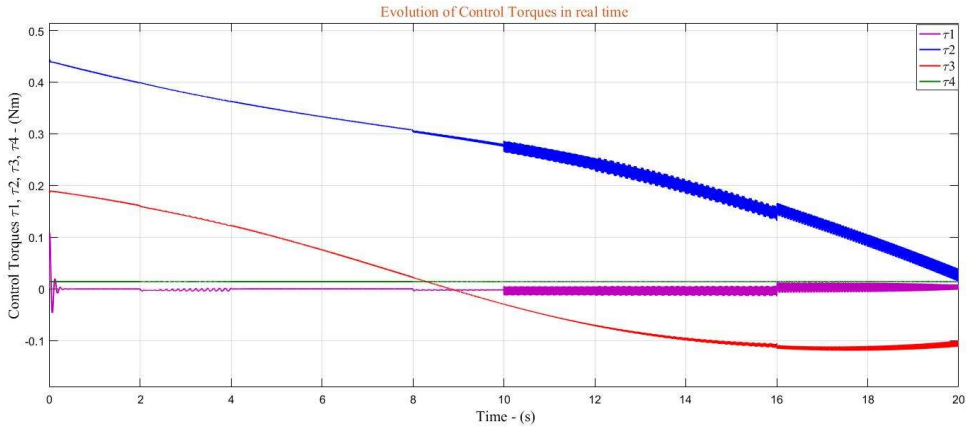

Figura 22. Evoluția cuplurilor externe $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$ în timp real

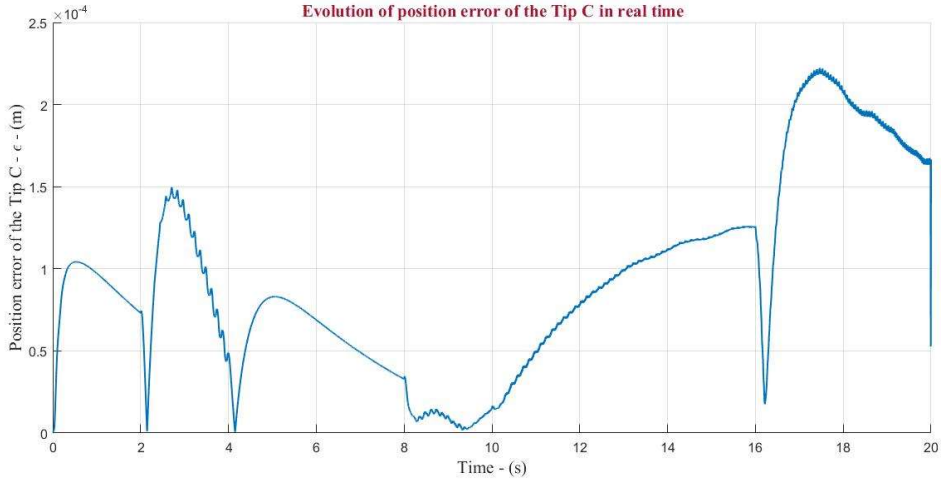

Figura 23. Eroarea de poziție a efectorului final în timp real

Cu scopul de a arăta cât de bine a efectuat mecanismul comanda dată cu valorile calculate ale parametrilor PID, se i-a în considerare eroarea de poziție care descrie diferența între poziția reală a efectorului final și poziția dorită sub forma:

$$\varepsilon_C(t) = \sqrt{\left(\sqrt{x_C^{real}(t)^2 + y_C^{real}(t)^2} - \sqrt{x_C^{des}(t)^2 + y_C^{des}(t)^2}\right)^2 + \left(z_C^{real}(t) - z_C^{des}(t)\right)^2}\ , \qquad (40)$$

unde $\varepsilon_C(t)$ este eroarea de poziție ,

$x_C^{real}(t),\ y_C^{real}(t),\ z_C^{real}(t)$ sunt coordonatele reale ale efectorului final în raport cu timpul,

$x_C^{des}(t),\ y_C^{des}(t),\ z_C^{des}(t)$ sunt coordonatele dorite ale efectorului final în raport cu timpul.

După cum s-a arătat în Figure 31, eroarea de poziție a efectorului final este situată în intervalul [0; 0.25 mm]. Această eroare se datorează acumulării de erori și este acceptabilă considerând lungimea traiectoriei mecanismului cu 4 grade de libertate. Această eroare poate fi diminuată prin îmbunătățirea programului GA astfel încât soluțiile parametrilor PID să fie îmbunătățite.

6. Concluzii și viitoare proiecte

Plecând de la principiile fundamentale ale mecanicii corpului rigid, această teză prezintă o nouă metodă de calcul a forțelor interne din legăturile unui sistem, derivată din ecuațiile Lagrange. Această metodă este importantă, mai ales pentru un sistem complex de corpuri care conține numeroase legături, deoarece pentru a efectua calculele necesare, se i-au în considerare reacțiunile din acestea. Cu ajutorul metodei propuse, în teză s-au calculat forțele interne pentru un mecanism închis (closed-loop), cât și pentru unul deschis (open-loop). În plus, s-au aplicat și algoritmi genetici (GA) pentru a ajusta parametrii unui controler PID astfel încât mecanismul cu 4 grade de libertate să poată efectua comanda dată.

Pentru modelele folosite s-au ignorant forțele de frecare, de amortizare, s.a, cu exteriorul în timpul procesului de determinare a valorilor dorite, astfel încât să se poată considera efectul frecării în articulații, cât și efectul forței de amortizare în pistonul hidraulic, astfel modelele se apropie de realitate.

După ce modelarea și simularea mecanismelor s-a efectuat/produs și cu ajutorul programului ADAMS, s-au calculat încărcărea și stresul distribuite de-a lungul mecanismului, astfel încăt să se efectueze o comparație între rezultatele obținute pe această cale și metoda propusă.

Considerând același mecanism, s-au determinat forțele interne cu ajutorul metodei propuse. Astfel rezultatele s-au putut compara.

Pentru modelul asociat controlului mecanismului, algoritmul genetic poate fi îmbunătățit astfel încât parametrii PID să fie ajustați mai rapid, iar eroarea de poziție a efectorului final să fie redusă.

BIBLIOGRAFIE SELECTIVĂ

[1] Ahmed A. Shabana, *Dynamics of Multibody Systems*, Cambridge University Press, Third Edition, 374 pages, 2005.

[2] Lenarcic, Jadran, Bajd, Tadej, Stanišić**,** Michael M, *Robot Mechanism,* International Series on Intelligent Systems, Control, and Automation: Science and Engineering, Springer, 347 pages, 2012.

[3] I. Stroe, S. Staicu, *Calculus of joint forces using Lagrange equations and principle of virtual work*, Proceedings of the Romanian Academy, Series A, Volume 11, pp. 253-260, 2010.

[4] I. Stroe, *Kinetics of Multibody Systems in Gravity Field*, The Eight IFToMM International Symposium on Theory of Machines and Mechanisms, Bucharest-Romania, Vol. II, pp. 309-314, August 28-September 1, 2001.

[5] I. Stroe, *Multibody Systems with Holonomic and Nonholonomic Constraints, Virtual Nonlinear Mutibody Systems*, NATO Advanced Study Institute, Vol. I, Edited by Werner Schiehlen and Michael Valasek, Prague, pp. 183-189, June 23-July 3, 2002.

[6] I. Stroe, M.I. Piso, S. Zaharia, G.V. Manciu, *Multibody Systems in Central Gravitational Field*, IC-SCCE, International Conference "From Scientific Computing to Computational Engineering" , Athens, Greece, July, 2006.

[7] I. Stroe, P. Parvu, D. Caruntu, *Multibody Systems with Holonomic and Nonholonomic Constraints*, The 31st Annual Congress of the American Romanian Academy of Arts and Sciences, Brasov-Romania, July 31-August 5, 2007.

[8] I. Stroe, P. Parvu, *Holonomic and Nonholonomic Constraints in Dynamics of Multibody Systems*, 7th International DAAAM Baltic Conference Industrial Engineering, Tallin-Estonia, April 22-24, 2010.

[9] I. Stroe, S. Staicu, A. Craifaleanu, *Internal Forces calculus of Compass Robotic Arm using Lagrange Equations*, 11th Symposium on Advanced Space Technologies for Robotics and Automation "ASTRA 2011", ESTEC; Noordwijk, The Nederlands;; 6 pages, April, 12 – 14, 2011.

[10] I. Stroe, A. Craifaleanu, *Generalization of the Lagrange Equations Formalism for Motions with respect to Non-Inertial Reference Frames*, Applied Mechanics and Material, Vol. 656, Trans Tech Publications, Switzerland, pp. 171-180, 2014.

[11] D. N. Dumitriu, C. Secara, *Dynamics of a Planar 3-DOF Manipulator*, SISOM 2010 and Session of the Commission of Acoustics, ISSN 2068-0481, pp. 181-190, Bucharest 27-28 May, 2010.

[12] D. Le Tien, K. Hee-Jun, R. Young-Shick, *Robot manipulator modeling in Matlab-SimMechanics with PD control and online Gravity compensation*, Proceeding of Strategic Technology (IFOST, pp. 446-449), 2010.

[13] L. Sciavicco, B. Siciliano, *Modeling and control of Robot manipulators*, 2nd edition, Springer, London, 378 pages, 2000.

[14] T. V. Nguyen, R. Petre, I. Stroe, *Calculus of axial force in a mechanism using Lagrange equations*, 4th International Workshop on Numerical Modeling in Aerospace Sciences, Incas Bulletin, Vol. 8, Iss. 2, pp. 97-108, 2016.

[15] T.V. Nguyen, R.A. Petre, I. Stroe, *Application of Lagrange Equations for Calculus of Internal Forces in a Mechanism*, U.P.B. Sci. Bull., ISSN 1454-2358, 78, Politehnica Press, Bucharest, pp. 15 – 26, 2016.

[16] T. V. Nguyen, D. Dumitriu, I. Stroe, *Controlling the Motion of a Planar 3-DOF Manipulator using PID controllers*, 5th International Workshop on Numerical Modeling in Aerospace Sciences, Incas Bulletin, Vol. 9, Iss. 4, pp. 91-99, 2017.

[17] T. V. Nguyen, I. Stroe, A. Craifaleanu, R. Petre, D. Dumitriu*, A method for calculus of Internal Forces*, Aerospace Europe 6th CEAS Conference, 16-20 October, 2017.

[18] M. H. Nguyen, V. D. H. Nguyen, T. V. Nguyen, M. T. Nguyen, *Application of Fuzzy and PID Algorithm in Gantry Crane Control*, Journal of Technical Education Science, ISSN 1859-1272, Vol. 44A, pp. 48-53, October 2017.

[19] M. Lazar, N. Pandrea, D. Popa, *An optimal synthesis method of the four-bar planes mechanisms for the imposed trajectories generating*, The Eight IFToMM International Symposium on Theory of Machines and Mechanisms, Vol.1, pp. 159-164, Bucharest 2001.

[20] M. Pandrea, N. Pandrea, D. Popa, *The matrical iterative method and calculation algorithms for the cinematic analyze of spatial mechanisms*, ID: 597 12th IFToMM World Congress, Besancon (France), June 18-21, 2007.